

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 19 OCTOBRE 1885.

PRÉSIDENTE DE M. BOULEY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. FAYE, en présentant à l'Académie, au nom du Bureau des Longitudes, le CCIX^e Volume de la *Connaissance des Temps*, pour l'année 1887, s'exprime comme il suit :

« La longue série des perfectionnements qui ont été introduits, depuis quelques années, dans les Volumes successifs, sur la demande des astronomes et des navigateurs, a été close par le Volume de 1886, et ces perfectionnements ont placé les Éphémérides françaises au premier rang des publications de ce genre à l'étranger. Cependant le Bureau des Longitudes a désiré que l'on pût tenir un compte rigoureux de très petits termes de la nutation, dans le calcul des positions apparentes des étoiles fondamentales, bien que ces termes ne dépassent pas de très petites fractions de seconde. M. Lœwy, qui dirige les calculs de la *Connaissance des Temps* et à qui nous devons les perfectionnements qu'elle a reçus depuis une dizaine d'années, a fait calculer ces termes, dont il sera facile désormais de tenir compte quand on le jugera nécessaire.

» La partie géographique de la *Connaissance des Temps*, que le Bureau a confiée à M. l'amiral Cloué, continue à s'enrichir chaque année de déterminations nouvelles qui la tiennent au niveau des progrès de la Géographie et de la Géodésie.

» Le Bureau exprime en outre toute sa satisfaction à l'éditeur, M. Gauthier-Villars, qui ne néglige rien pour donner à ces Volumes la perfection matérielle si désirable dans des publications de ce genre. »

ASTRONOMIE. — *Sur l'établissement d'un laboratoire pour le mesurage des plaques photographiques du passage de Vénus.* Note de M. **BOUQUET DE LA GRYE**.

M. Bouquet de la Grye annonce à l'Académie que, en exécution du programme approuvé par la Commission du passage de Vénus, il a installé, dans la salle du rez-de-chaussée de l'Institut, un Bureau chargé de mesurer les plaques photographiques obtenues pendant le passage de Vénus de 1882.

« L'instrument qui sert aux mesures a été construit par MM. Brunner frères; il appartient à l'observatoire de Meudon et a été obligeamment prêté par M. Janssen. Il sera remplacé, au mois de janvier, par un appareil de moindres dimensions, commandé aux mêmes habiles artistes.

» Un crédit a été obtenu, grâce à la bienveillance de M. le Ministre de l'Instruction publique et à celle du Parlement, pour les dépenses de mensurations. Le service du Bureau est organisé de telle sorte que les calculs et les mesures relatifs à sept cents plaques seront terminés dans quinze mois.

» La méthode suivie est celle qui a été exposée à l'Académie dans les séances des 9 juin et 3 novembre 1884. »

PALÉONTOLOGIE. — *Sur les Dinocératidés que M. Marsh a recueillis dans l'éocène du Wyoming.* Note de M. **ALBERT GAUDRY**.

« Tous les naturalistes ont entendu parler des étonnantes découvertes paléontologiques qui ont été faites en Amérique dans les territoires de l'Ouest. Depuis l'établissement du chemin de fer qui traverse l'Amérique des côtes de l'océan Atlantique à celles de l'océan Pacifique, des contrées jusqu'alors fermées à la civilisation et à la Science ont été explorées. On

y a trouvé une multitude d'animaux fossiles dont plusieurs sont très différents de ceux que nous connaissons en Europe.

» La région du Wyoming, comprise entre les montagnes Rocheuses, à l'est, et la chaîne du Wahsatch, à l'ouest, est une de celles qui ont fourni le plus de surprises aux paléontologistes. A l'époque éocène, la mer qui l'occupait pendant l'époque crétacée a été remplacée par de vastes lacs d'eau douce, sur les bords desquels s'est épanouie une riche végétation et s'est développée la famille des gigantesques Pachydermes auxquels on a donné le nom de *Dinocératidés*. M. Marsh vient de publier un grand Ouvrage sur ces étranges créatures, et il a eu la bonté de m'envoyer, pour le Jardin des Plantes, une série de modèles qui permettent de s'en faire une idée très exacte : je mets sous les yeux de l'Académie quelques-uns de ces modèles.

» La vue des crânes de *Dinocératidés* explique de suite pourquoi on leur a donné leur nom (*δεινός*, terrible; *κέρας*, corne). Jamais on n'avait vu de têtes aussi cornues : les os du nez portent en avant deux petites protubérances osseuses; les maxillaires produisent au-dessus des canines deux fortes protubérances; une troisième paire de protubérances encore plus grosses et plus extraordinaires est formée par les pariétaux; elles se continuent avec une énorme crête qui borde le haut de la partie postérieure de la tête, laissant un grand creux dans le milieu; il n'est pas aisé de comprendre quel pouvait être l'aspect d'une pareille tête à l'état vivant.

» Le cerveau n'est pas moins étonnant; il laisse complètement à découvert les lobes olfactifs ainsi que le cervelet, et il est plus petit que dans aucun autre Mammifère; il a l'aspect d'un cerveau de reptile. M. Marsh a constaté que la petitesse du cerveau est un caractère propre à plusieurs Mammifères du tertiaire inférieur; cet organe a pris plus de développement chez les genres du tertiaire moyen et surtout chez ceux de l'époque actuelle. Comme il y a en général quelque relation entre le développement du cerveau et celui de l'intelligence des animaux, on peut croire que les anciens Mammifères ont eu moins d'intelligence que ceux d'aujourd'hui.

» Évidemment, le *Coryphodon* est l'animal fossile qui, par ses membres et sa dentition, se rapproche le plus des *Dinocératidés*; mais notre éminent confrère, M. Hébert, auquel on doit une étude sur le *Coryphodon*, nous déclarera sans doute que cet animal est encore bien éloigné des *Dinocératidés*. Malgré leur taille énorme et certaines dispositions de leurs membres, les grandes bêtes cornues des Western-Territories ne peuvent être rapprochées

des Proboscidiens, car elles n'avaient ni trompes, ni incisives supérieures, et, bien que leurs pattes présentent quelque ressemblance avec celles des Éléphants, elles diffèrent en ce que leur cuboïde supporte l'astragale, et non le naviculaire. En réalité, les Dinocératidés sont des créatures qui, après avoir contribué à donner une physionomie propre au monde éocène, ont disparu sans laisser de postérité.

» On éprouve quelque étonnement en voyant apparaître, dès l'époque du tertiaire inférieur, des bêtes si puissantes, car les recherches qui ont été faites dernièrement en Amérique, comme celles qui ont eu lieu en Europe, n'ont jusqu'à présent fourni que des Mammifères secondaires assez chétifs.

» Outre son grand Volume sur les Dinocératidés, M. Marsh a déjà fait paraître un Volume sur les oiseaux fossiles qui ont eu des dents, et il va bientôt en donner un troisième sur les Dinosauriens, ces gigantesques et étranges reptiles qui ont joué sur les continents de l'époque secondaire le rôle que les Mammifères ont joué sur les continents de l'époque tertiaire.

» Avant les vastes travaux de M. Marsh sur les Vertébrés fossiles des Western-Territories, il y a eu ceux de M. Leidy, qui ont été aussi très importants. M. Cope, qui a fait de grandes publications sur les mêmes animaux, vient, cette année, de consacrer un gros Volume à leur étude. M. Osborn commence à suivre les exemples de MM. Leidy, Marsh et Cope. L'ensemble des découvertes de ces Naturalistes a singulièrement enrichi le domaine de la Paléontologie. Les savants de notre vieille Europe ne peuvent manquer de suivre avec un intérêt sympathique les courageuses et fécondes explorations des savants de la jeune Amérique. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur les transformations géométriques birationnelles d'ordre n ;*
par M. DE JONQUIÈRES.

« I. Dans un beau Mémoire présenté, en 1865, à l'Académie des Sciences de l'Institut de Bologne ⁽¹⁾, M. Cremona a, le premier, établi, dans toute leur généralité, les conditions fondamentales auxquelles doivent satisfaire les courbes d'ordre n qui interviennent dans les transformations géométriques dont il s'agit, de telle sorte que, aux droites de la première figure correspondent, dans la seconde figure, des courbes *rationnelles* (unicursales) d'ordre n , formant un *réseau* (dit *omaloidique*), que, réciproquement, aux

(1) *Mémoires de l'Académie des Sciences de l'Institut de Bologne*, t. V, 2^e série; 1865.

droites de la seconde figure correspondent, dans la première, les courbes d'un pareil réseau, et qu'à un point variable de l'une des figures correspond, dans l'autre, un point unique, bien déterminé en général. Les formules, faisant essentiellement partie de ces conditions, auxquelles est parvenu le savant auteur sont les suivantes :

$$(A) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^{i=n-1} i \alpha_i = \sum_{i=1}^{i=n-1} i \alpha'_i = 3(n-1), \quad \sum_{i=1}^{i=n-1} i^2 \alpha_i = \sum_{i=1}^{i=n-1} i^2 \alpha'_i = n^2 - 1, \\ \sum_{i=1}^{i=n-1} \alpha_i = \sum_{i=1}^{i=n-1} \alpha'_i, \end{array} \right.$$

où les α et les α' expriment des nombres de points communs à toutes les courbes des deux réseaux respectivement, et les i désignent les ordres respectifs de multiplicité *ordinaire* de ces points *fondamentaux* ⁽¹⁾ indépendants entre eux.

» II. De la sorte, le problème proposé revient d'abord à trouver une solution des équations (A) en nombres entiers, par rapport aux inconnues α et i , pour un nombre donné n (ce qui est, au fond, une question d'analyse indéterminée), sous la réserve que les valeurs ainsi trouvées *arithmétiquement* définissent des courbes *géométriquement* possibles; et il faut, en outre, que les courbes *fondamentales*, dont l'ensemble constitue le lieu, d'ordre $3(n-1)$, des *points doubles* du réseau ainsi déterminé, ou ce qu'on appelle sa *jacobienne*, courbes dont les degrés respectifs i sont une conséquence des valeurs dont il s'agit, soient, dans chacun de ces degrés, en nombres α'_i tels, que les nombres hiérarchisés α'_i (ou $\alpha'_1, \alpha'_2, \alpha'_3, \dots, \alpha'_i, \dots, \alpha'_{n-1}$), qui en résultent, fournissent une deuxième solution des équations (A), ainsi *conjuguée* à la première, et réciproquement; ce qui complète les conditions géométriques du problème.

» III. Après avoir traité plusieurs cas numériques particuliers, et trouvé pour chacun d'eux plusieurs solutions, différentes l'une de l'autre dans chaque cas, M. Cremona aborde celui de n quelconque, et montre d'abord,

(1) Voir le § 21 du Mémoire ci-dessus. On peut aussi consulter avec fruit, dans le tome V (1879) du *Bulletin des Sciences mathématiques*, rédigé par MM. Darboux et Hoüel, un excellent article où M. Dewulf a résumé les travaux de M. Cremona, en y ajoutant quelques résultats obtenus ultérieurement par MM. Cayley, Nöther et Clebsch.

Par l'expression « multiplicité *ordinaire* », on entend ici que chacune des branches de courbes qui passent par un point multiple y possède une tangente distincte de celles des autres branches.

comme il l'avait déjà fait en 1864, dans un premier Mémoire inséré au Recueil précité, que la solution la plus simple qui se présente, et même la seule qui semble répondre à cet énoncé absolument général sans jamais souffrir d'exception, est celle où les courbes des deux réseaux sont des courbes douées chacune, en un même point du plan, pour chaque réseau, d'un point multiple d'ordre $(n-1)$ et, en outre, de $2(n-1)$ points simples communs à toutes celles d'un même réseau omaloïdique.

» J'avais moi-même, en abordant le premier l'étude des transformations d'ordre supérieur au second, traité ce cas et trouvé cette solution, tant géométrique que numérique, dans un Mémoire présenté à l'Académie des Sciences, en octobre 1859, et qui était resté depuis lors déposé dans ses Archives ⁽¹⁾.

» M. Cremona fait connaître ensuite deux autres solutions générales : l'une, qui s'applique au cas de n quelconque *pair*, l'autre au cas de n *impair*. Enfin, le savant auteur donne six Tableaux présentant : 1° deux autres solutions pour chacune des valeurs ci-après de n , savoir

$$n \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \pmod{3};$$

2° quatre solutions pour chacune des valeurs suivantes de n :

$$n \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \pmod{4}.$$

» IV. Il n'est pas à ma connaissance qu'à ce côté de la question il ait été, depuis lors, ajouté d'autres résultats que celui, relatif au cas particulier de $n = 8$, dû à M. Cayley (1870) ⁽²⁾, et celui, qui en est une belle généralisation, obtenu récemment par M. le Dr Guccia (de Palerme), sous l'énoncé suivant :

» Lorsqu'on a $n = 2^m$ (m nombre entier), on a toujours la solution, conjuguée

(1) J'ai publié récemment, d'après le texte original, ce Mémoire, dont je n'avais donné, en 1864, dans les *Nouvelles Annales de Mathématiques*, qu'une analyse, citée par M. Cremona dans son grand Mémoire de 1865.

(2) Je cite cette solution de l'illustre géomètre d'après M. Dewulf, dans l'article précité (*Bulletin des Sciences mathématiques*, p. 219).

à elle-même,

$$\alpha_1 = \alpha'_1 = \alpha_2 = \alpha'_2 = \alpha_2^2 = \alpha_2'^2 = \alpha_2^3 = \alpha_2'^3 = \dots = \alpha_{2^{m-1}} = \alpha_{2^{m-1}}' = 3.$$

Ce même nombre 3 est aussi celui des points simples fondamentaux α_i de l'un des deux réseaux appartenant à l'une, au moins, des solutions conjuguées relatives à toute transformation birationnelle plane d'ordre pair, si tous les points multiples α_i de ce réseau ont une multiplicité paire.

» V. L'objet de la présente Note est de faire connaître, pour le cas d'un nombre quelconque n , écrit sous la forme $n = kl$, où k et l sont des nombres entiers positifs quelconques, une nouvelle solution générale, définie par les valeurs ci-après des α et des i :

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 2(l-1), & \alpha'_1 &= 2(k-1); \\ \alpha_{l-1} &= 1, & \alpha'_{k-1} &= 1; \\ \alpha_l &= 2(k-1), & \alpha'_k &= 2(l-1); \\ \alpha_{l(k-1)} &= 1, & \alpha'_{k(l-1)} &= 1. \end{aligned}$$

» Cette solution satisfait aux équations (A), comme il est aisé de s'en assurer, et, par suite, aux lois de Clebsch ⁽¹⁾ et de Nöther ⁽²⁾; elle remplit aussi les conditions géométriques tirées de la considération de la jacobienne ⁽³⁾.

⁽¹⁾ Je cite cette loi de Clebsch d'après M. Dewulf (*Bulletin des Sciences mathématiques*, p. 233, ligne 1).

⁽²⁾ La loi démontrée par Nöther, à laquelle je fais ici allusion, et que M. Clifford avait énoncée de son côté, est la suivante :

Dans toute solution de transformation plane birationnelle d'ordre n , la somme des trois nombres exprimant les degrés de multiplicité des trois points fondamentaux les plus élevés en hiérarchie, dans chaque réseau, fournit un nombre $> n$.

Elle a conduit son savant auteur à ce beau théorème : *Toute transformation birationnelle d'ordre n des figures planes est décomposable en transformations du second ordre.*

⁽³⁾ Les points fondamentaux du réseau de la première figure, par lesquels passent, une ou plusieurs fois, les diverses courbes fondamentales dont l'ensemble forme la jacobienne, sont, en désignant ici par des exposants leurs degrés respectifs de multiplicité,

$$h_1^{l(k-1)}; \alpha'_1, \alpha'_2, \dots, \alpha_{2(k-1)}'; \quad b_1^{l-1}; o'_1, o'_2, \dots, o'_{2(l-1)};$$

et, en vertu des valeurs des α'_i du réseau de la seconde figure, cette jacobienne se compose

» Si l'on y suppose k (ou l) égal à l'unité, on retombe sur la solution initiale, conjuguée avec elle-même,

$$\alpha_1 = \alpha'_1 = 2(l-1), \quad \alpha_{l-1} = \alpha'_{l-1} = 1,$$

en sorte qu'on peut regarder la solution nouvelle comme étant une généralisation de celle-ci, qui s'était présentée à l'origine même des recherches dont cette théorie a été l'objet de la part des géomètres.

» J'ajoute que cette solution n'est comprise ni parmi celles que M. Cremona a données pour les cas de n pair ou n impair, ni parmi celles découvertes par ce géomètre pour ceux de

$$n \equiv \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \end{Bmatrix} \pmod{3} \quad \text{ou de} \quad n \equiv \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{Bmatrix} \pmod{4},$$

bien que tout nombre entier, qui n'est multiple ni de 3, ni de 4, puisse s'écrire sous l'une ou l'autre de ces formes. Il va sans dire d'ailleurs que, dans le cas où l'on a, en particulier, $k=3$ ou $k=4$, elle concorde numériquement, quoique sous une forme algébrique très différente, avec celles présentées par le même auteur pour $n \equiv 0 \pmod{3}$ et $n \equiv 0 \pmod{4}$. »

de $2(k-1)$ droites; une courbe C^{k-1} , d'ordre $k-1$; $2(l-1)$ courbes C^k , et enfin une courbe $C^{k(l-1)}$. Ces diverses branches sont déterminées ainsi qu'il suit :

1° Les $2(k-1)$ droites sont celles qui passent par le point multiple h et par chacun des points a_i ;

2° La courbe C^{k-1} passe $(k-2)$ fois par le point h_1 et une seule fois par chaque point a_i ;

3° Les $2(l-1)$ courbes C^k sont celles dont chacune passe $(k-1)$ fois par le point h_1 , une fois par chaque point a_i , par le point b_1 et par l'un des $2(l-1)$ points simples o_i ;

4° La courbe $C^{k(l-1)}$ passe $(k-1)(l-1)$ fois par le point h_1 , $(l-1)$ fois par chacun des $2(k-1)$ points a_i , $(l-2)$ fois par le point b_1 et une fois par les $2(l-1)$ points simples o_i .

L'ensemble de ces courbes partielles équivaut à une seule courbe du degré $3(kl-1)$, ce qui est bien le degré $3(n-1)$ de toute jacobienne, d'un réseau omaloïdique d'ordre $n=kl$.

On trouverait de même les éléments dont se compose la jacobienne du réseau de la seconde figure, etc.

M. le colonel **PERRIER** offre à l'Académie, au nom du Ministre de la Guerre :

1° La cinquième livraison de la Carte topographique de l'Algérie, en couleurs, à l'échelle de $\frac{1}{50\,000}$, comprenant les feuilles de :

Djebel-Filfila,	Ménerville,
Bône,	Médéah,
Oued-Guergour et Cap Rosa,	Mostaganem.

2° Les feuilles de :

Snippes,	Longuyon,
Verdun,	Champlitte,
Bar-le-Duc,	Vesoul,

de la Carte de France, au $\frac{1}{50\,000}$, en couleurs.

3° Enfin les feuilles de :

Mulhouse,
Autun,

de la Carte de France, au $\frac{1}{200\,000}$, en couleurs.

La Carte de l'Algérie est une carte originale, provenant de levés récents exécutés sur le terrain; les Cartes au $\frac{1}{50\,000}$ et au $\frac{1}{200\,000}$ ne sont que des cartes dérivées, en couleurs, de la grande Carte de l'État-Major en noir.

MÉMOIRES LUS.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Les ravins sous-lacustres des fleuves glaciaires.*

Note de M. **F.-A. FOREL**.

« M. l'Ingénieur J. Hörnlimann, chargé par le Bureau topographique suisse, sous la direction de M. le colonel J.-J. Lochmann, d'établir la Carte hydrographique du lac Léman, vient de constater, à l'embouchure du Rhône, un fait qu'il avait lui-même découvert en 1883 à l'entrée du Rhin dans le lac de Constance, fait qui semble ainsi avoir un caractère de généralité.

» Les deux fleuves alpins continuent leur trajet sous les eaux lacustres, dans de profonds ravins creusés dans le sol du delta immergé, ravins que l'on peut suivre fort loin et à de grandes profondeurs. Le ravin du Rhin est connu sur 4^{km} de longueur et jusqu'à 125^m sous la nappe des eaux; dans son profil de plus grand développement, il mesure jusqu'à 70^m de profondeur et 600^m de largeur.

» Le ravin sous-lacustre du Rhône a été suivi jusqu'à plus de 6^{km} de l'embouchure du fleuve; il mesure de 500^m à 800^m de large; la profondeur de sa tranchée, qui atteint jusqu'à 50^m à 800^m du rivage, est encore de 10^m au delà de Saint-Gingolph, par 200^m et 230^m de fond.

» Ces ravins sont constitués par un sillon creusé dans le talus général du delta sous-lacustre, et par des digues latérales faisant saillie de chaque côté. Leur cours n'est pas rectiligne, mais plusieurs fois recourbé; dans le Léman, il est très évidemment parallèle à la ligne du rivage.

» Des ravins analogues, quoique moins profonds, sont visibles à l'embouchure d'anciens lits du Rhin et du Rhône, devant le village d'Altenrhein au lac de Constance, et devant le canal qui porte le nom de Vieux-Rhône au lac Léman.

» Les faits topographiques découverts par M. Hörnlimann sont donc certains. Comment les expliquer?

» J'écarte d'abord l'idée que ces ravins seraient des restes d'anciens faits orographiques. L'alluvion est trop puissante dans ces régions pour ne pas avoir comblé dès longtemps tous les accidents du relief primitif du lac. Ces ravins sont donc d'origine récente, et de production actuelle.

» D'après leur profil transverse, ils sont en partie causés par une action de creusement, érosion d'un courant qui attaque le sol du delta, en partie par une action de dépôt sur les bords de ce courant, qui bâtit les digues latérales. Le courant du fleuve se continue donc dans la profondeur, sous la nappe des eaux, en suivant la déclivité du delta.

» Ce courant profond résulte de la plus grande densité des eaux fluviales, qui sont plus lourdes que les eaux du lac : 1^o par le fait de leur température, 2^o par leur charge d'alluvion qui les rend laiteuses.

» La température du Rhône s'élève progressivement, dès le premier printemps, de 0° jusqu'à 10° et même 15°.

» Les eaux du Léman ont en hiver 5° à 6° dans toute leur masse; elles se réchauffent en été et présentent alors la stratification suivante (été de 1885) :

Surface.....	21,0	80 ^m	6°,1
20 ^m	13,6	100 ^m	5,9
40 ^m	7,5	120 ^m	5,8
60 ^m	6,4	200 ^m	5,7

» Pendant tout l'été les eaux fluviales sont plus froides que les eaux de surface du lac; au printemps, elles sont même plus froides que les eaux lacustres les plus profondes.

» L'alluvion glaciaire allourdit encore ces eaux fluviales. D'après une mesure ancienne (1869), l'eau du Rhône, en été, contient au moins 130^{gr} par mètre cube de matières argileuses en suspension, ce qui augmente la densité de l'eau de 0,000065. Dans les crues du printemps cette surcharge d'alluvion doit être bien plus forte.

» Nous avons là les conditions suffisantes pour la production du courant profond prouvé par l'existence des ravins sous-lacustres. Pendant l'été un courant très puissant descend en cascade jusqu'à 30^m ou 60^m de profondeur, en produisant le beau phénomène connu sous le nom de *bataillière*; pendant le premier printemps l'écoulement de l'eau, très froide et très dense, descend jusqu'aux plus grands fonds du lac.

» La pente du delta immergé, qui est d'abord de 0,10, puis de 0,025, est encore de 0,015 à 4^{km} et 6^{km} du rivage; elle est assez forte pour donner une assez grande vitesse au fleuve sous-lacustre.

» Il en doit résulter l'érosion de la couche superficielle de l'argile du fond. Celle-ci, en effet, à sa surface, dans sa couche de dépôt récent, contient beaucoup de matières organiques; elle est de consistance crémeuse et est très facilement attaquable.

» J'estime donc qu'au printemps, lors des crues dues à la fonte des neiges inférieures, lorsque l'eau du Rhône est très froide et très allourdie par l'alluvion, le courant sous-lacustre peut se prolonger jusqu'à 200^m et plus de fond, enlever l'alluvion récente déposée pendant l'été précédent et maintenir ainsi ouvert le lit du ravin.

» Le ravin se conservant ainsi en place d'année en année, nous avons, dans les sinuosités de ce ravin, l'indication du lieu du *thalweg* primitif du lac, avant que l'alluvion ait commencé à le combler. Nous pourrions donc, quand la Carte définitive aura été établie et que nous pourrions étudier l'inclinaison des talus latéraux du lac, en déduire la profondeur de la vallée qui a formé le plancher originel du lac.

» Les digues latérales, faisant saillie sur le delta immergé, servent de guide au dépôt de l'alluvion. Nous pouvons donc prévoir les positions successives de l'embouchure du fleuve dans les siècles futurs. Elles suivront nécessairement l'axe du ravin.

» Nous avons là un type nouveau de delta fluvatile, très différent des deltas déposés par les fleuves qui se versent dans la mer et dont les eaux douces, plus légères que les eaux salées, s'étalent à la surface et tendent à former des barres. La Géographie devra dorénavant distinguer deux classes principales de deltas :

- » 1° Les deltas de fleuves à eaux légères : deltas marins.
 » 2° Les deltas de fleuves à eaux lourdes, qui se creusent des ravins sous-lacustres : deltas des fleuves glaciaires. »

GÉOLOGIE COMPARÉE. — *Sur la classification et l'origine des météorites.*

Note de M. STANISLAS MEUNIER. (Extrait par l'auteur.)

« Les travaux que je poursuis, depuis près de vingt ans, sur les météorites, viennent d'être, de la part de M. Brezina, l'objet d'une attaque qui ne me paraît pas fondée (¹). Comme l'Académie a bien voulu m'accorder une de ses récompenses à l'occasion des découvertes aujourd'hui discutées par le savant allemand, je crois devoir lui exposer, très brièvement d'ailleurs, l'état de la question.

» La publication de M. Brezina consiste essentiellement dans le Catalogue de la collection des météorites du Musée de Vienne. L'auteur, ayant à justifier la classification à laquelle il s'est arrêté, déclare que celle que j'ai proposée réunit, comme d'un coup de dé, les types les plus hétérogènes et sépare les plus analogues (*Die verschiedenartigsten Typen zusammenwürfelt und ganz gleichartige trennt*). La forme de cette critique étonnera sans doute, quand on se rappellera que les types dont il s'agit ont été admis par M. Daubrée, au point que la Collection du Muséum est entièrement classée en conformité avec eux, et que le récent Catalogue officiel qui en a été publié (²) en est une véritable consécration.

» Le minéralogiste autrichien insiste, et avec raison, sur la difficulté de déterminer les types de fers météoriques; mais, à cette occasion, il me fait dire des choses auxquelles je suis complètement étranger. J'ai montré comment, à l'aide d'une grande patience et seulement dans des cas très déterminés, sans doute exceptionnels, on parvient à séparer les divers alliages associés dans un même fer et à réaliser de chacun d'eux une analyse chimique complète (³). M. Brezina paraît croire que c'est ainsi que je détermine le type d'un fer donné, et il qualifie alors logiquement, quoique injustement, la méthode de grossière (*grobe Mittel*).

(¹) *Die Meteoritensammlung des mineralogischen Hofkabinetes in Wien am 1. mai 1885*, von Dr Aristides Brezina; in-8° de 126 pages, avec 4 planches. Tirage à part du *Jahrbuch der Geologischen Reichsanstalt*, t. XXXV.

(²) *Guide dans la Collection de météorites du Muséum*; in-8° de 40 pages; 1882.

(³) *Annales de Chimie et de Physique*, 4^e série, t. XVII, p. 5; 1869.

» Mais il me paraît plus difficile encore d'accepter le procédé de discussion de M. Brezina en ce qui concerne les types de pierres. Il établit, entre les diverses inclusions des météorites, une confusion semblable à celle qu'on pourrait faire naître entre les cailloux roulés d'un poudingue et les sphérules cristallisés du diorite orbiculaire ou du pyroméride.

» M. Brezina néglige, en effet, de remarquer que les pierres vraiment chondritiques font partie, pour la plupart, non pas des types que je considère comme bréchiformes, mais de la catégorie de météorites que j'ai appelées *primitives* ou *normales* ⁽¹⁾. De celles-ci, j'ai dit qu'elles ont dû se produire « par la concrétion pure et simple de l'atmosphère photosphérique d'un astre, constitué sur le même plan que le Soleil », et plus loin : « il paraît difficile de ne pas admettre que les chondres sont aux roches de précipitation gazeuse ce que les dragées de Carlsbad et le fer en grains sont aux roches de précipitation aqueuse ».

» L'Académie a ouvert son *Recueil des Savants étrangers* ⁽²⁾ à l'exposé des méthodes qui m'ont permis de faire des chondres une imitation fidèle, sans qu'il y intervienne quoi que ce soit, qui, de près ou de loin, concerne des phénomènes clastiques. Les globules artificiels sont ordinairement à surface drusique; ils se compriment parfois réciproquement, et se gênent jusqu'à se réunir; avec eux, se dépose une matière grenue, et les réchauffements développent entre eux des parties vitreuses; bref, les conditions imposées par M. Brezina sont si parfaitement remplies que, s'il avait voulu appuyer mes expériences de synthèse, par condensation de vapeurs, il n'aurait pas pu s'y prendre d'une manière plus décisive.

» Raisonner comme M. Brezina, c'est comme si l'on voulait tirer, de l'étude intime du granite en place, des arguments contre la théorie de formation des arkoses.

» Nulle part, M. Brezina n'aborde l'examen des météorites évidemment bréchiformes, et, malgré sa condamnation des types lithologiques, constitués au hasard, il les laisse associées à des masses complètement différentes au point de vue de la structure, alors même qu'elles auraient à peu près la même constitution minéralogique ⁽³⁾. Je n'en veux citer qu'un exemple.

(1) Article *Météorites* de l'*Encyclopedie chimique*, p. 344 et suiv.

(2) T. XXVII, n° 5. — Voir aussi CARL VOGT : les *Organismes des Météorites*, p. 41 et suiv.; in-4° avec 3 planches. Genève, 1882.

(3) Par exemple, M. Brezina laisse dans le même groupe le fer de Pallas et le fer d'Atacama; cela prouve que, malgré ses 200 tranches minces, il n'a pas comparé les portions lithoïdes de ces deux masses.

» Sous le n° 22, M. Brezina inscrit dans son Catalogue un groupe qu'il appelle *Kügelchondrit*; on y trouve, parmi vingt-sept chutes, d'une part Aunsun (Montréjeau, 9 décembre 1858), et d'autre part Sarbanovac (Sokobauja, 3 décembre 1877). Or la première météorite est entièrement oolithique et montre, dans toute leur netteté, les chondres de précipitation. L'autre renferme des blocs anguleux à structure très serrée, dont les dimensions dépassent parfois 1^{re} et qui présentent une surface extérieure *frottée*, identique à celle des cailloux empâtés dans les conglomérats terrestres. Le bel échantillon de près de 2^{kg} que possède le Muséum ne laissera aucun doute à cet égard.

» Enfin, d'après M. Brezina, je n'aurais fait que reprendre, sans les citer, les faits avancés par Reichenbach et par Haidinger : ces savants étaient arrivés avant moi à la géologie des météorites. Je crois devoir répéter ici que j'ai toujours eu soin de citer mes prédécesseurs; je n'ai pas à insister sur ce point.

» J'ai été amené à la notion des relations stratigraphiques des météorites par l'étude, sans idée préconçue, du fer de Deessa, donné en 1866 au Muséum par M. Domeyko. J'ai reconnu, en effet, dans les éléments lithoïdes et métalliques dont l'association constitue cette masse, deux roches cosmiques, représentées déjà dans les musées par des chutes complètement distinctes : cette donnée féconde ne pouvait pas être fournie par le fer de Netschaevo, étudié par Haidinger.

» C'est successivement que, à cette notion des roches éruptives cosmiques, se sont ajoutées celles des roches filoniennes, des roches métamorphiques, des roches épigéniques, etc., dont l'étude est venue constituer, pour la première fois, toute une géologie dont l'objet n'était pas la Terre. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. PRIVAT soumet au jugement de l'Académie un Mémoire portant pour titre : « Considérations théoriques et expériences sur la résistance des fluides ».

(Renvoi à la Commission du concours Plumet.)

M. T. ROY adresse une Note relative à la préservation des vignes contre le mildew, au moyen d'échalas trempés dans le sulfate de cuivre.

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

M. G. DARY adresse une Note intitulée « Des causes électriques des tremblements de terre ».

(Renvoi à la Commission.)

M. DUPONT adresse, par l'entremise de M. Larrey, un nouveau Mémoire intitulé : « Statistique médicale de Rochefort en 1884 (31^e année) ».

(Renvoi à la Commission du concours de Statistique.)

CORRESPONDANCE.

M. le SECRÉTAIRE PERPÉTUEL signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1^o Une Brochure de M. Ch. Duquet, portant pour titre : « Limite d'élasticité et résistance à la rupture ». (Présentée par M. Daubrée.)

2^o Une Brochure intitulée : « Su la vita ed i lavori scientifici di Quintino Sella. Discorso di A. Cossa ». (Présentée par M. Daubrée.)

ASTRONOMIE. — *Sur la latitude de l'observatoire de Bordeaux (Floirac).*

Note de M. G. RAYET, présentée par M. Lœwy.

« Les observations faites en 1881 ont donné la longitude de l'observatoire de Bordeaux, qui est égale à $11^m 26^s,444$ ouest. Pour compléter la détermination de la position géographique de l'établissement, il restait à établir sa latitude; tel est le but des observations que je résume dans cette Note et qui ont été faites en 1884.

» Les divisions des deux cercles de l'instrument méridien d'Eichens n'ayant pu être encore étudiées, la détermination de la latitude a été faite par la mesure de la distance zénithale d'une série d'étoiles fondamentales de la *Connaissance des Temps*, réparties entre le pôle et l'équateur. On a utilisé ainsi une série de divisions du cercle, s'étendant sur un arc de plus de 90°, et le résultat final ne peut plus être affecté que de la moyenne des erreurs de l'ensemble de toutes ces divisions.

» Chaque soirée d'observations comprenait deux ou trois déterminations directes du zénith et l'observation de 18 à 20 étoiles. Des observations ont d'ailleurs été faites dans la position directe et dans la position inverse de l'instrument, de manière à utiliser les deux cercles, dont les erreurs de

graduation ne peuvent être identiques, et à éliminer encore ainsi l'influence de la plus grande partie de ces erreurs.

» Si l'on suppose, ce qui est pratiquement exact, que les erreurs de détermination du nadir sont négligeables en comparaison de l'ensemble des erreurs commises dans la visée d'une étoile, ce degré d'exactitude d'une série d'observations s'obtiendra aisément par la comparaison de la latitude moyenne d'une soirée avec chaque latitude individuelle. L'erreur moyenne de la moyenne de chaque soirée et son poids se calculeront ensuite par les formules connues.

» Le Tableau suivant fait connaître les latitudes obtenues dans les diverses soirées, leur erreur moyenne et leur poids. L'unité de poids est celui d'une observation dont l'erreur moyenne serait $0'',10$.

Date.	Position.	Latitude moyenne.	Erreur moyenne.	Poids.
1884. Févr. 23	Directe	$44^{\circ}50'7'',28$	$0,20$	$0,26$
Févr. 27	Directe	$44.50.6,57$	$0,10$	$0,97$
Mars 7	Inverse	$44.50.6,83$	$0,16$	$0,40$
Mars 8	Inverse	$44.50.6,87$	$0,29$	$0,12$
Mars 12	Inverse	$44.50.6,86$	$0,31$	$0,10$
Mai 8	Inverse	$44.50.7,11$	$0,28$	$0,13$
Mai 9	Inverse	$44.50.7,47$	$0,26$	$0,17$
Mai 10	Inverse	$44.50.7,25$	$0,21$	$0,22$
Mai 25	Directe	$44.50.7,16$	$0,30$	$0,11$
Juin 10	Directe	$44.50.7,53$	$0,26$	$0,15$
Juin 11	Directe	$44.50.7,71$	$0,21$	$0,24$
Août 12	Directe	$44.50.7,86$	$0,21$	$0,22$
Août 13	Directe	$44.50.7,58$	$0,22$	$0,20$
Août 15	Directe	$44.50.8,01$	$0,16$	$0,38$
Nov. 4	Inverse	$44.50.7,84$	$0,19$	$0,28$
Nov. 6	Inverse	$44.50.7,14$	$0,20$	$0,25$
Nov. 8	Inverse	$44.50.6,49$	$0,22$	$0,21$
Moyenne pondérée.....		$44.50.7,19$		$4,41$
Erreur moyenne de la moyenne..		$\pm 0,05$		

» La moyenne arithmétique aurait donné pour latitude $44^{\circ}50'7'',28$ avec une erreur moyenne de $\pm 0'',11$.

» Les observations précédentes peuvent d'ailleurs être discutées par un autre procédé.

» J'ai successivement évalué, par des observations directes, l'erreur moyenne d'une détermination du nadir, l'erreur moyenne de l'observation

des six microscopes du cercle de déclinaison, l'erreur moyenne du pointé d'une étoile. Avec ces nombres, et en admettant qu'il n'y a pas d'erreurs de division sur le cercle et que les déclinaisons des étoiles observées sont exactes, il est aisé de calculer l'erreur moyenne et le poids d'une série d'observations renfermant n déterminations du nadir et l'observation d'un nombre e d'étoiles.

» C'est ainsi qu'ont été obtenus les nombres du Tableau suivant :

Date.	Position.	Latitude moyenne.	Erreur moyenne.	Poids.
1884. Févr. 23.....	Directe	44° 50' 7",28	0",11	0,94
Févr. 27.....	Directe	44.50.6,57	0,09	1,16
Mars 7.....	Inverse	44.50.6,83	0,09	1,15
Mars 8.....	Inverse	44.50.6,87	0,10	1,03
Mars 12.....	Inverse	44.50.6,86	0,09	1,05
Mai 8.....	Inverse	44.50.7,11	0,09	1,13
Mai 9.....	Inverse	44.50.7,47	0,09	1,09
Mai 10.....	Inverse	44.50.7,25	0,09	1,12
Mai 25.....	Directe	44.50.7,16	0,09	1,08
Juin 10.....	Directe	44.50.7,53	0,09	1,17
Juin 11.....	Directe	44.50.7,71	0,09	1,17
Août 12.....	Directe	44.50.7,86	0,09	1,15
Août 13.....	Directe	44.50.7,58	0,09	1,12
Août 15.....	Directe	44.50.8,01	0,09	1,09
Nov. 4.....	Inverse	44.50.7,84	0,09	1,15
Nov. 6.....	Inverse	44.50.7,14	0,09	1,17
Nov. 8.....	Inverse	44.50.6,49	0,11	0,92
Moyenne pondérée.....		44.50.7,27		
Erreur moyenne de la moyenne.		± 0,02		

» Cette dernière moyenne diffère de la précédente de 0",08. La latitude établie dans l'hypothèse que les erreurs de division peuvent être considérées comme des erreurs accidentelles et la latitude établie dans l'hypothèse que la moyenne des erreurs de division d'un arc de 90° est négligeable ne diffèrent donc que d'une quantité très faible.

» La moyenne des deux valeurs de la latitude, 44° 50' 7",23, doit donc représenter avec une grande approximation la latitude du cercle méridien de l'observatoire de Bordeaux.

» Les valeurs de la latitude obtenue dans les divers mois présente une variation analogue à celle que M. Y. Villarceau a trouvée pour les latitudes de Paris données par les observations de la polaire. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les intégrales de différentielles totales de seconde espèce.* Note de M. E. PICARD, présentée par M. Hermite.

« J'ai commencé, dans un Mémoire récent ⁽¹⁾, l'étude des intégrales de différentielles totales de la forme

$$(1) \quad \int P dx + Q dy,$$

où P et Q sont des fonctions rationnelles de x , y et z , celles-ci étant liées par une relation

$$f(x, y, z) = 0,$$

où f est un polynôme, et j'ai considéré seulement le cas où l'intégrale est de première espèce, c'est-à-dire reste finie pour toute valeur des deux variables indépendantes x et y . Je me suis occupé depuis d'un cas plus général, en considérant les intégrales que l'on peut appeler de seconde espèce, et dont voici la définition précise. Une intégrale telle que (1) sera dite de seconde espèce si elle satisfait aux conditions suivantes : soit $x = a$, $y = b$ un système quelconque de valeurs de x et y ; on pose

$$x = a + t\lambda(t), \quad y = b + t\mu(t),$$

$\lambda(t)$ et $\mu(t)$ désignant deux fonctions holomorphes quelconques de t dans le voisinage de $t = 0$, et l'on substitue ces valeurs dans l'intégrale; celle-ci devient une fonction de t qui, dans le voisinage de $t = 0$, devra avoir le caractère d'une fonction algébrique. Il est évident que les intégrales de première espèce satisfont à ces conditions.

» J'ai établi, dans le Mémoire cité, que la surface la plus générale d'un degré donné ne possédait pas d'intégrales de première espèce. Une conclusion analogue subsiste pour les intégrales de seconde espèce : je veux dire que, pour la surface la plus générale d'un degré donné, toutes les intégrales de seconde espèce se réduisent à des fonctions rationnelles de x , y et z . Le mode de démonstration employé pour les intégrales de première espèce est absolument inapplicable pour le cas plus général que je considère maintenant. Je voudrais indiquer ici la marche que j'ai suivie, d'autant plus qu'elle me sera très utile, comme je le montrerai plus tard, pour l'étude des cas où il y a d'autres intégrales que ces intégrales rationnelles.

(1) *Journal de Mathématiques*, 4^e série, t. I^{er}.

» Je me borne ici à un cas particulier, le cas général exigeant, quoique la marche soit la même, des développements un peu trop longs; c'est celui où la surface aurait son équation de la forme

$$z^2 = f(x, y),$$

f étant un polynôme que je suppose le plus général de degré m , et soit une intégrale de seconde espèce, de la forme (1), attachée à cette surface.

» Donnons à y une valeur constante arbitraire, et considérons l'intégrale hyperelliptique de seconde espèce

$$(2) \quad \int P dx.$$

» On établit d'abord que les périodes de cette intégrale sont des *constantes*, c'est-à-dire qu'elles ne dépendent pas de la valeur arbitraire donnée à y ; c'est sur cette remarque que va être fondée la démonstration.

» Pour une valeur arbitraire donnée à y , l'équation $f(x, y) = 0$ aura m racines distinctes, et si l'on considère x comme fonction de y , deux valeurs de x seulement deviendront égales, pour chaque valeur singulière de y . Soient, pour une valeur arbitraire y_0 , non singulière, de y

$$x_1, x_2, \dots, x_m$$

les m racines de l'équation. On peut les supposer rangées dans un ordre tel que, y allant de y_0 à une certaine position singulière y'_0 par un chemin convenable, x_1 et x_2 deviennent égales, puis ensuite y allant de y_0 à une autre position singulière x_2 et x_3 deviendront égales, et ainsi de suite. Ceci posé, il est possible de tracer dans le plan de la variable x un contour simple C ne rencontrant aucun des chemins décrits par les racines x , quand y varie, comme il a été indiqué, de y_0 à y'_0 ; de plus ce contour comprend seulement à son intérieur les deux racines x_1 et x_2 et par suite la racine double x'_1 , qui est la limite de x_1 et x_2 .

» Revenons maintenant à l'intégrale (2), où nous ferons d'abord $y = y_0$; au contour C va correspondre une période de cette intégrale: je dis que cette période sera nulle. En effet, faisons varier y d'une manière continue de y_0 à y'_0 . La période ne change pas; or on voit de suite qu'elle est nulle pour $y = y'_0$, puisque le polynôme $f(x, y'_0)$ admet la racine double x'_1 et que l'intégrale (2) est de seconde espèce. L'intégrale le long de C est donc nulle, et, comme toutes les périodes de l'intégrale peuvent être obtenues en employant des contours analogues à C , on en conclut que toutes les périodes de l'intégrale (2) sont nulles. Il est aisé d'en conclure qu'il en est de même

des périodes de l'intégrale (1) et qu'alors celle-ci se réduit à une fonction rationnelle de x , y et z .

» Les considérations précédentes, étendues avec des modifications convenables au cas où l'équation de la surface est quelconque, m'ont permis d'aborder l'étude des surfaces qui possèdent d'autres intégrales de seconde espèce que des fonctions rationnelles : j'y reviendrai prochainement. Je terminerai seulement par une remarque relative aux fonctions hyperfuchsiennes et hyperabéliennes.

» Ne considérons que des groupes hyperfuchsiens ou hyperabéliens G , pour lesquels le polyèdre fondamental n'a aucun point commun avec la limite du domaine dans lequel doivent rester les deux variables indépendantes. Un groupe G étant donné, on peut trouver trois fonctions x , y , z , correspondant à ce groupe, au moyen desquelles toutes les autres s'expriment rationnellement, et l'on a la relation algébrique

$$f(x, y, z) = 0.$$

» J'ai montré (*Comptes rendus*, mars 1885) que cette surface admet des intégrales de seconde espèce, dont toutes les périodes ne sont pas nulles, et j'ai donné le nombre des périodes de ces intégrales. On peut tirer de là une conséquence, qui, pour être négative, ne m'en paraît pas moins présenter quelque intérêt. On ne pourra pas exprimer les coordonnées d'un point quelconque de la surface la plus générale d'un degré donné par des fonctions hyperfuchsiennes ou hyperabéliennes correspondant à un groupe G . Ces groupes ne conduisent qu'à une certaine classe de fonctions algébriques de deux variables indépendantes, et ne correspondent pas par conséquent à l'ensemble de ces irrationnelles; on voit que, pour deux variables, la conclusion est bien différente de celle à laquelle est arrivé M. Poincaré dans ses mémorables travaux sur les groupes fuchsiens et les fonctions algébriques d'une variable. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — Questions qui se rapportent à un faisceau de cubiques planes. Note de M. P.-H. SCHOUTE, présentée par M. Hermite.

« 1. Nous étudions le lieu T_n du $n^{\text{ième}}$ point tangentiel A_n d'un des points de base A d'un faisceau de cubiques planes donné par rapport à l'ensemble des courbes du faisceau. Pour $n = 1$ et $n = -1$ nous trouvons :

» LEMME I. — Le lieu T_1 est, comme le lieu du point d'intersection des éléments correspondants de deux faisceaux projectifs, le faisceau des cubiques et le

faisceau des tangentes en A à ces courbes, la courbe $C^4(A^3, 8B)$, c'est-à-dire la courbe du quatrième ordre, qui passe trois fois par A et une fois par chacun des huit autres points de base B. Elle est touchée en A par les trois cubiques du faisceau, dont A est point d'inflexion.

» LEMME II. — Le lieu T_{-1} des points A_{-1} , dont A est le premier point tangentiel, est, comme le lieu des points d'intersection des éléments correspondants de deux faisceaux projectifs, le faisceau des cubiques et le faisceau des coniques polaires du point A par rapport à ces courbes, une courbe $C^5(A^3, 8B)$. Elle est touchée en A par les tangentes de T_1 en ce point ⁽¹⁾.

» 2. Si a_n, b_n, p_n représentent l'ordre de multiplicité du point A et des huit points B sur T_n et l'ordre de ce lieu, nous trouvons les équations

$$(1) \quad \begin{cases} 3p_n = a_n + 8b_n + 1, \\ 5p_n = a_n + 10b_n + b_{n+1}, \\ \frac{1}{2}(p_n - 1)(p_n - 2) = \frac{1}{2}a_n(a_n - 1) + 4b_n(b_n - 1), \end{cases}$$

dont les deux premières s'obtiennent par la considération des points d'intersection de T_n avec une quelconque des cubiques et avec T_{-1} ; la troisième résulte de l'observation que, la courbe T_n étant unicursale, ses points correspondent un à un aux courbes du faisceau. Nous les remplaçons par

$$(2) \quad \begin{cases} b_{n+1} = -2b_n + 2p_n + 1, \\ 3p_{n+1} = a_{n+1} + 8b_{n+1} + 1, \\ p_{n+1}^2 = a_{n+1}^2 + 8b_{n+1}^2 - 1. \end{cases}$$

Ces équations déterminent $a_{n+1}, b_{n+1}, p_{n+1}$ en fonction de b_n et p_n . Et comme le premier lemme donne les valeurs de b_1 et p_1 , elles mènent successivement à a_2, b_2, p_2 , à a_3, b_3, p_3, \dots . Il est remarquable qu'en passant de n à $n + 1$ elles ne donnent qu'un seul système de valeurs entières des inconnues, quoique la troisième équation soit du second ordre.

» Le Tableau des valeurs de a_n, b_n, p_n pour $n = 1, 2, 3, \dots$, qu'on obtient au moyen de ces équations récurrentes, mène aux formules

$$(3) \quad \begin{cases} b_n = \frac{1}{9}(4v_n + 5)(v_n - 1), \\ a_n = \frac{1}{9}(2v_n - 5)(2v_n + 1), \\ p_n = \frac{4}{3}(v_n^2 - 1), \end{cases}$$

(1) La courbe C^5 passant par les douze points doubles du faisceau, ces points forment l'intersection complétante de deux courbes $C^5(A^3, B, 7P)$ et $C^5(A, C^3, 7P)$. En général, les $3(n-1)^2$ points doubles d'un faisceau de courbes C^n sont les points d'intersection complétants de deux courbes $C^{2n-1}[A^n, B, (n^2-2)P]$ et $C^{2n-1}[A, B^n, (n^2-2)P]$.

où ν_n représente $(-2)^n$. Nous les démontrerons par le raisonnement ordinaire en passant de n à $n+1$. D'abord la substitution des valeurs de b_n et p_n dans la première des équations (2) donne la première équation (3), où n est remplacé par $n+1$. Ensuite, les valeurs de a_{n+1} et p_{n+1} , fournies par les deux autres équations (2), se laissent transformer au moyen de cette relation nouvelle, qui mène à l'équation

$$(16b_{n+1} + 9)^{\frac{1}{2}} = \pm \frac{1}{3}(8\nu_{n+1} + 1),$$

de manière que l'on trouve

$$\begin{aligned} a_{n+1} &= b_{n+1} + \frac{1}{8}[1 \pm (8\nu_{n+1} + 1)], \\ p_{n+1} &= 3b_{n+1} + \frac{1}{24}[9 \pm (8\nu_{n+1} + 1)]. \end{aligned}$$

» Enfin, ces équations prouvent qu'on n'obtient qu'un seul système de valeurs entières pour a_{n+1} et p_{n+1} , celles qui résultent des signes inférieurs, c'est-à-dire les valeurs données par les deux dernières équations (3), où n est remplacé par $n+1$. Si donc les équations (3) représentent la solution unique des équations (2), quand le paramètre qui y entre a la valeur n , elles représenteront encore la solution unique du problème pour la valeur $n+1$ de ce paramètre.

» Mais, d'après le lemme I, elles donnent la solution unique du problème pour $n=1$; donc nous avons démontré le théorème suivant :

» THÉORÈME I. — *Le lieu T_n est une courbe unicursale de l'ordre $\frac{1}{3}(4^n - 1)$, qui passe*

$$\frac{1}{9}[(-2)^{n+1} + 5][(-2)^{n+1} - 1] \text{ fois}$$

par A et

$$\frac{1}{9}[(-2)^{n+2} + 5][(-2)^n - 1] \text{ fois}$$

par chacun des points B. Elle ne possède d'autres points multiples que ces neuf points de base, qui la déterminent complètement. Et, parmi ses tangentes en A, se trouvent les trois tangentes de T_1 en ce point.

» L'addition des deux dernières équations (2), où $n+1$ est remplacé par n , montre que T_n est déterminé par les neuf points de base.

» 3. L'ordre de T_{-n} surpasse celui de T_n de $\frac{1}{3}(4^n - 1)$, les neuf points (A, 8B) jouant le même rôle par rapport aux deux courbes, et A étant sur une courbe quelconque du faisceau le $n^{\text{ième}}$ point tangentiel de 4^n points A_{-n} . Donc :

» THÉORÈME II. — *Le lieu T_{-n} est une courbe de l'ordre $\frac{5}{3}(4^n - 1)$, qui passe autant de fois par les points (A, 8B) que le lieu T_n . Elle touche en A les tangentes à T_n en ce point.*

» 4. Le point A est $n^{\text{ième}}$ point tangentiel de lui-même sur une cubique, quand il est point d'inflexion de la courbe ou quand il est sommet d'un polygone de n côtés à la fois inscrit et circonscrit à la courbe ⁽¹⁾. En observant que $\frac{4}{9}(2\nu_n - 5)(2\nu_n + 1) - 3 = \frac{4}{9}(\nu_n + 2)(\nu_n - 4)$, nous trouvons :

» THÉORÈME III. — *Le faisceau contient $\frac{3.2}{9}[(-2)^{n-2} - 1][(-2)^{n-1} - 1]$ courbes, sur lesquelles le point A est sommet d'un polygone à la fois inscrit et circonscrit à la courbe, dont le nombre des côtés est n ou un facteur de n .*

» 5. Le nombre des points d'intersection des lieux T_n et T_{n+1} , qui ne coïncident pas avec un des neuf points de base, est en même temps la somme totale s_n des nombres σ_m des courbes du faisceau, sur lesquelles A_m , mais non encore A_{m-1} , soit point d'inflexion; cette somme est prise de $m=1$ à $m=n$. On a donc

$$s_n = \sum_1^n \sigma_m = p_n p_{n+1} - (a_n a_{n+1} + 3) - b_n b_{n+1}$$

ou, eu égard aux formules (3),

$$s_n = \sum_1^n \sigma_m = 4(\nu_n^2 - 1) = 3p_n \quad (2),$$

ce qui donne pour σ_m ou $s_n - s_{n-1}$ la valeur 3.4^n . Donc :

» THÉORÈME IV. — *Le faisceau contient 3.4^n courbes, sur lesquelles A_n , mais non encore A_{n-1} , est un point d'inflexion.*

» Dans une Communication suivante, nous nous occuperons d'une généralisation de ces considérations. »

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la torsion des prismes.* Note
de M. MARCEL BRILLOUIN, présentée par M. Mascart.

« Un cylindre droit de substance isotrope, fixé par une de ses bases, est tordu d'un angle θ par un couple C appliqué à l'autre base. Si la distribu-

⁽¹⁾ H. PICQUET, *Applications de la représentation des courbes du troisième degré à l'aide des fonctions elliptiques* (Journal de l'École Polytechnique, LIV^e Cahier).

⁽²⁾ L'équation $s_n = 3p_n$ admet une vérification; car le lieu des points d'inflexion du faisceau est une courbe $C^{12}(A^3, 8B^3)$, qui coupe T_n hors des points de base en

$$12p_n - (3a_n + 3)24b_n$$

ou, suivant la première des équations (1), en $3p_n$ points.

tion des forces dans les deux bases est convenable, on a

$$(1) \quad C = K \frac{\mu \theta}{L} = \frac{\mu \theta}{L} \left[\iint (x^2 + y^2) dx dy + \iint \left(x \frac{\partial w}{\partial y} - y \frac{\partial w}{\partial x} \right) dx dy \right],$$

en appelant L la longueur du cylindre, μ la rigidité de sa matière.

» Les axes rectangulaires Ox , Oy sont situés dans le plan de la base fixe, l'origine au centre de gravité; les intégrales sont étendues à l'aire entière de la section droite. La fonction w est déterminée par les équations différentielles

$$(2) \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0$$

dans tout l'intérieur de la section droite,

$$(3) \quad l \frac{\partial w}{\partial x} + m \frac{\partial w}{\partial y} = ly - mx$$

sur le contour de la section; l , m sont les cosinus des angles de la normale au contour avec les axes Ox , Oy [BARRÉ DE SAINT-VENANT, *Mémoire sur la torsion (Savants étrangers)*].

» I. Le coefficient de torsion K est toujours plus petit que le moment d'inertie de la base par rapport à son centre de gravité.

» Cette propriété, qui s'est rencontrée dans tous les exemples traités par M. de Saint-Venant, est générale. Pour le démontrer, j'établis d'abord la formule suivante, analogue à la formule de Green :

$$\iint \left(\frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial y} - \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial x} \right) dx dy = \int V \left(m \frac{\partial U}{\partial x} - l \frac{\partial U}{\partial y} \right) ds.$$

» La première intégrale est étendue à l'aire, la seconde au contour de la section droite. On suppose seulement que les fonctions U , V , ainsi que leurs dérivées premières, sont finies et continues dans l'intérieur du contour. En prenant pour U , V les fonctions $\frac{1}{2}(x^2 + y^2)$ et w , il vient

$$\iint \left(x \frac{\partial w}{\partial y} - y \frac{\partial w}{\partial x} \right) dx dy = \int w (mx - ly) ds,$$

puis, en vertu des équations (2), (3), et de la formule de Green,

$$\begin{aligned} \iint \left(x \frac{\partial w}{\partial y} - y \frac{\partial w}{\partial x} \right) dx dy &= - \int w \left(l \frac{\partial w}{\partial x} + m \frac{\partial w}{\partial y} \right) ds \\ &= - \iint \left[\left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy. \end{aligned}$$

» Cette dernière intégrale est toujours négative, ce qui démontre la propriété énoncée ci-dessus.

» II. On peut trouver une valeur de K approchée par excès en étudiant les torsions qui satisfont à toutes les conditions du problème de M. de Saint-Venant, sauf à la condition du contour (3). Les forces extérieures qui produisent cette déformation sont toutes superficielles, les unes appliquées à la base mobile dans le plan de cette base, les autres appliquées à la surface latérale parallèlement à la longueur. Les déplacements u, v sont les mêmes que dans le problème de M. de Saint-Venant, le déplacement w' est différent de w . Dans ces conditions, il résulte d'une proposition générale de lord Rayleigh (*Theory of Sound*, vol. I, p. 70) que l'énergie de la nouvelle déformation est toujours *plus grande* que celle de la déformation étudiée par M. de Saint-Venant. Le rapport de cette énergie de déformation, à l'angle de torsion θ , est donc plus grand que le coefficient de torsion $K \frac{\mu}{L}$ de M. de Saint-Venant.

» Ainsi, quand le calcul rigoureux est impossible, on peut avoir une valeur de K approchée par excès en prenant pour w' une fonction qui satisfait à l'équation (2); elle contient un ou plusieurs coefficients arbitraires que l'on détermine par la condition que l'énergie soit minimum. Cette condition équivaut à l'équation (3) lorsque la fonction w' convient à la forme du contour.

» Dans le cas où les moments d'inertie principaux I' et I'' de la section droite sont différents, on obtient le coefficient approché par excès

$$K' = 4 \frac{I' I''}{I' + I''},$$

quand on donne à w' la forme Axy (1). Cette valeur, exacte pour le con-

(1) La valeur de l'énergie est alors

$$\begin{aligned} & \frac{\mu \theta}{2L} \iint \left[x^2 + y^2 + \left(\frac{\partial w'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w'}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(x \frac{\partial w'}{\partial y} - y \frac{\partial w'}{\partial x} \right) \right] dx dy \\ &= \frac{\mu \theta}{2L} \left[(1 + A)^2 \iint x^2 dx dy + (1 - A)^2 \iint y^2 dx dy \right]. \end{aligned}$$

Le minimum $4 \frac{I' I''}{I' + I''} \frac{\mu \theta}{L}$ a lieu quand on prend

$$A = \frac{\iint y^2 dx dy - \iint x^2 dx dy}{\iint (x^2 + y^2) dx dy},$$

les axes Ox, Oy étant les axes principaux d'inertie de la section.

tour elliptique, doit s'écarter peu d'une autre formule approchée donnée par M. de Saint-Venant sans démonstration théorique $\left[K'' = \frac{S^4}{4\pi^2(I' + I'')} \right]$, mais justifiée numériquement dans un grand nombre de cas.

» Si les moments d'inertie principaux sont égaux, le degré de symétrie du contour indiquera quel polynôme entier il convient de choisir pour ω' parmi ceux qui satisfont à l'équation (2). En prenant ω' nul, on retombe sur la proposition I. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur un nouvel appareil de mesure des courants électriques.*

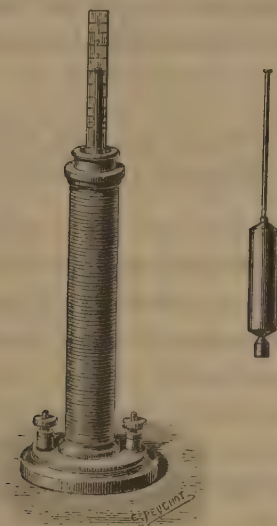
Note de M. F. DE LALANDE, présentée par M. Cornu.

« Les appareils de mesure des courants électriques, fondés sur l'emploi d'aiguilles aimantées ou d'aimants permanents, sont, comme on le sait, influencés dans une large mesure tant par la variation du magnétisme terrestre que par la variation de l'état magnétique des aimants eux-mêmes. Les indications fournies par les instruments de ce genre, qui sont munis d'une graduation fixe en ampères ou en volts, ne peuvent présenter de garanties qu'autant que leur étalonnage est vérifié à intervalles rapprochés. C'est là un grave inconvénient, surtout pour les applications industrielles pour lesquelles ces instruments ont d'ailleurs le grand avantage de fournir des indications immédiates et continues.

» Les ampères-mètres et volts-mètres, que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie, ne comprennent pas d'aimant permanent dans leur construction et sont, par suite, à l'abri de la cause d'erreur qui vient d'être rappelée. Ils sont fondés sur l'action qu'exerce un solénoïde sur un faisceau de fils de fer doux mobile à son intérieur et maintenu par une force antagoniste. Ils se rapportent au type de la balance électromagnétique de M. Becquerel et permettent, comme cet instrument, de *peser*, pour ainsi dire, l'action électrique des courants.

» Pour obtenir ce résultat, l'appareil, qu'on pourrait appeler un *aréomètre électrique*, est simplement formé d'un faisceau de fils de fer doux placé à l'intérieur d'un aréomètre métallique plongeant dans une éprouvette remplie d'eau et entourée par une bobine que traverse le courant à mesurer. La position initiale de l'aréomètre (réglée par le niveau, maintenu constant, du liquide) étant toujours la même, on comprend qu'il prendra une position d'équilibre fixe en s'enfonçant d'une certaine quantité, variable avec chaque intensité du courant qui traverse la bobine, mais constante pour une même intensité. La partie supérieure de la tige

de l'aréomètre est plane et constitue l'index qui se déplace le long d'une échelle verticale graduée expérimentalement. Une particularité importante est le guidage de la tige de l'aréomètre qui traverse un œil métallique à l'intérieur du liquide. Cette disposition supprime les frottements



contre les parois de l'éprouvette et n'altère en rien la sensibilité de l'aréomètre.

» En faisant varier les dimensions de la bobine et celles du faisceau de fils de fer doux ou de la tige de l'aréomètre, on peut, pour une intensité donnée, obtenir une course aussi grande qu'on peut le désirer. Dans les modèles courants, très habilement construits par M. J. Carpentier qui en a étudié avec le plus grand soin tous les détails, un déplacement de $0^m,10$ environ correspond à une intensité de 10 à 25 ampères, suivant les appareils, ou à une différence de potentiel de 100 volts.

» Les bobines des ampères-mètres sont formées par une ou deux rangées seulement de très gros fil; elles peuvent n'avoir qu'une résistance de $\frac{1}{100}$ à $\frac{2}{100}$ d'ohm; l'appareil peut donc être introduit sans inconvénient dans la plupart des circuits électriques. La bobine du volt-mètre est à fil fin et présente une résistance d'environ 1700 ohms.

» Les courbes qui représentent le déplacement de l'aréomètre en fonction de l'intensité ou de la force électromotrice des courants offrent un point d'inflexion dans le voisinage duquel elles ne s'éloignent pas beaucoup d'une

ligne droite; on a déterminé les variables de façon à utiliser surtout cette partie de la courbe ⁽¹⁾.

» L'appareil est nettement apériodique; il n'est pas influencé d'une façon sensible par les variations de température; ses indications ne sont pas altérées par le voisinage de masses métalliques ou d'aimants même très puissants; sa sensibilité est très grande. Nous pensons que ces divers avantages lui permettront de rendre de réels services. »

TÉLÉPHONIE. — *Sur la théorie du téléphone électromagnétique transmetteur.*

Note de M. E. MERCADIER, présentée par M. Cornu.

« Le premier point à étudier dans cette théorie est le rôle que joue le diaphragme en fer ou en acier du téléphone : 1° au point de vue *élastique*, relativement à la nature des mouvements qu'il effectue; 2° au point de vue *magnétique*, dans la transformation d'énergie mécanique en énergie magnétique résultant de ses mouvements.

» I. Quand on produit dans l'air devant le diaphragme des mouvements vibratoires simples, ou complexes comme ceux qui résultent de la parole articulée, ou bien les sons fondamental et harmoniques du diaphragme ne se produisent pas, ou bien ils ne jouent qu'un rôle secondaire.

» En effet : 1° Les diaphragmes ne sont jamais mis en vibration comme on le suppose quand on veut déterminer la série des harmoniques et des lignes nodales; car on ne les abandonne pas à eux-mêmes lorsqu'ils ont été mis en mouvement; on ne laisse pas un libre jeu à l'action des forces élastiques : en un mot, les vibrations qu'ils peuvent effectuer sont des vibrations constamment *forcées*.

» 2° Quand un disque est absolument *encasté*, quand ses bords sont *fixes*, la théorie indique que les premiers harmoniques du disque libre doivent seulement s'élever un peu. Prenons des disques d'acier de 0^m,10 de diamètre et de 0^m,002 d'épaisseur seulement, dont le son fondamental, à l'état libre, est environ *ut*₅, et que l'encastrement ne fait qu'élever encore. On ne voit pas comment ce fondamental et les harmoniques pourraient

(1) L'appareil pourrait être modifié de bien des manières suivant le but qu'on se proposerait : je citerai en particulier le type de dispositif dans lequel l'aréomètre et le solénoïde seraient ramenés à une position relative constante. On y parvient aisément en chargeant l'aréomètre ou en déplaçant la bobine. Dans ce cas la loi d'action est plus simple et la graduation de l'appareil se réduit sensiblement à la connaissance d'un seul coefficient au lieu de la détermination d'une courbe.

être mis en jeu, lorsqu'on produit devant le disque une série continue de sons ou d'accords de hauteur inférieure à *ut*, ou lorsqu'un homme, dont la hauteur de la parole articulée se maintient toujours dans la gamme d'indice 3, parle sur un diaphragme de ce genre; pourtant, ces sons et cette parole sont parfaitement reproduits (avec une faible intensité, il est vrai, dans un téléphone ordinaire) avec leur hauteur et leur timbre: ils produisent donc dans le diaphragme transmetteur des mouvements autres que ceux du son fondamental et de ses harmoniques particuliers.

» 3° Il est vrai qu'en pratique les bords du diaphragme téléphonique ne sont nullement fixes, mais seulement encastrés ou plutôt *serrés* plus ou moins entre des manchons de bois ou de métal dont la masse est comparable à la leur: ils sont donc, au point de vue élastique, dans des conditions *mal déterminées*. Cependant, un diaphragme de diamètre ordinaire (de 0^m,05 à 0^m,10) et très mince (de 0^{mm},25 à 0^{mm},5 d'épaisseur), serré de cette façon sur ses bords, est susceptible de vibrer quand on produit auprès de lui une série continue de sons, par exemple à l'aide d'une série de tuyaux d'orgue; mais la série de sons qu'il renforce nettement, en manifestant des sortes de lignes nodales complexes, est visiblement *discontinue*: comment, dès lors, son existence suffirait-elle pour expliquer la production d'une échelle *continue* de sons isolés ou superposés, ce qui est la propriété capitale du téléphone?

» 4° L'interposition entre le diaphragme et la source des mouvements vibratoires d'une lame d'une substance quelconque n'altère en rien ses qualités téléphoniques, et par suite la *nature* des mouvements qu'il effectue, ce qui serait très étonnant si c'étaient ceux qui correspondent aux sons particuliers du diaphragme. Ce fait est déjà connu: je l'ai vérifié avec du mica, du verre, du zinc, du cuivre, du liège, du bois, du papier, du coton, de la plume, de la cire molle, du sable, de l'eau..., même en prenant certaines de ces substances sous des épaisseurs de 0^m,15 à 0^m,20.

» 5° On peut mettre un diaphragme manifestement hors d'état d'effectuer son échelle particulière de sons harmoniques, en le chargeant de petites masses inégales et irrégulièrement distribuées sur sa surface, en le découpant en forme de roue, en le criblant de trous de façon à lui enlever jusqu'à la moitié de sa masse. Aucune de ces modifications ne lui enlève ses qualités téléphoniques.

» 6° On peut enfin aller plus loin et employer des diaphragmes d'une rigidité et d'une élasticité à peu près nulles, sans que les propriétés téléphoniques essentielles, reproduction d'une série continue de sons, d'ac-

cords et de timbres, soient altérées. Tel est le cas d'un diaphragme en toile de fer. Il est bien difficile alors de songer à un son fondamental et à des harmoniques.

» La conclusion de tout ceci me paraît être que le mécanisme en vertu duquel les diaphragmes téléphoniques exécutent leurs mouvements est tout au moins analogue, sinon identique, à celui par lequel les corps solides de forme quelconque, un mur, par exemple, transmettent à l'une de leurs surfaces tous les mouvements vibratoires simples ou complexes, successifs ou simultanés, de période variant d'une manière continue ou discontinue, qu'on produit dans l'air en contact avec l'autre surface. En un mot, il y aurait là un phénomène de *résonance*. Dans les diaphragmes d'épaisseur suffisante, ce genre de mouvement existerait seul; dans les diaphragmes minces les mouvements correspondant à leurs sons *particuliers* pourraient se superposer aux précédents; superposition plutôt fâcheuse qu'utile d'ailleurs, car s'il en résulte en ces cas un renforcement des effets produits, c'est aux dépens de la reproduction du timbre, les harmoniques du diaphragme ne pouvant coïncider que par le plus grand des hasards avec ceux des sons qui mettraient en jeu le son fondamental de ce diaphragme : c'est ce que l'expérience démontre nettement.

» II. Passons maintenant au rôle *magnétique* du diaphragme téléphonique. Ce rôle peut être défini assez nettement par les faits suivants :

» 1° La présence du champ magnétique du téléphone ne change rien aux conclusions précédentes.

» 2° En diminuant de plus en plus la rigidité et l'élasticité du diaphragme, je suis parvenu à le supprimer complètement. En effet, il suffit de le remplacer, dans un téléphone quelconque, par quelques grains de limaille de fer jetés sur le pôle de l'aimant recouvert d'un morceau de papier ou de carton, pour pouvoir reproduire, avec une intensité très faible, il est vrai, tous les sons et la parole articulée avec son timbre caractéristique.

» 3° Pour augmenter l'intensité de l'effet produit, il suffit de remplacer le diaphragme en fer par un disque mince de n'importe quelle substance un peu flexible, métallique ou non, de carton par exemple, et de répandre sur lui, à travers l'ouverture du couvercle ordinaire de l'instrument, 0^{gr},1 ou 0^{gr},2 de limaille de fer qui dessine dans l'espace des amorces de lignes de force.

» On obtient ainsi un *téléphone à limaille de fer*. En augmentant convenablement l'intensité du champ magnétique, j'ai pu obtenir des téléphones de ce genre produisant dans un récepteur ordinaire des effets

aussi intenses que les transmetteurs ordinaires à disques rigides, et *réversibles* comme eux. Mais pour un champ d'intensité donnée, il y a un poids de limaille qui produit un maximum d'effet.

» On voit ainsi que l'avantage du diaphragme en fer sur la limaille se réduit véritablement à présenter dans un même volume à l'action du champ et aux actions extérieures un nombre beaucoup plus considérable de molécules magnétiques. Il augmente l'*intensité* des effets téléphoniques; mais, pour les *produire* avec toute leur variété, leur finesse et leur perfection, il n'est nullement indispensable : il suffit de matérialiser en quelque sorte les lignes de force avec de la limaille de fer, et d'agir mécaniquement sur elles et, par suite, sur le champ lui-même. »

M. **MERCADIER** demande l'ouverture d'un pli cacheté, déposé par lui le 5 janvier 1885.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note « Sur un téléphone électromagnétique nouveau, sans diaphragme magnétique rigide », dans laquelle sont énoncés les principaux résultats développés dans la Communication ci-dessus.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur l'électrolyse des sels.* Note de M. **AD. RENARD.**

« Lorsqu'on soumet, à l'action d'un même courant, des solutions renfermant des poids atomiques équivalents de métal et qu'on fait varier leur concentration, on n'obtient, en général, aucun rapport simple entre les quantités de métal précipité. Il n'en est plus de même, comme je vais le démontrer, si l'on fait usage de solutions suffisamment étendues.

» Les expériences ont été faites sur des solutions renfermant, pour 100, des poids atomiques équivalents de métal variant de $\frac{1}{10000}$ à $\frac{1021}{10000}$. Afin d'éviter l'influence des changements de composition du bain, on a toujours opéré sur 1^{re} de liqueur. Le courant était fourni par une pile thermo-électrique, qu'il est facile de maintenir constante pendant plusieurs heures. Les deux électrodes étaient constituées par deux disques de 226^{mmq} de surface, plongeant verticalement dans le liquide et recouverts, sur l'une de leurs faces, d'un vernis isolant inattaquable par les acides, les deux faces en regard en étant dépourvues. L'électrode positive, constituée par un disque de même métal que le disque contenu dans la solution, était fixée à une crémaillère divisée, permettant de la faire avancer ou reculer d'une quantité déterminée. L'électrode négative, en platine, était fixée au trem-

bleur d'une sonnerie électrique, de façon à lui communiquer un mouvement rapide de va-et-vient, destiné à renouveler les surfaces et surtout à permettre d'obtenir des dépôts métalliques non pulvérulents, comme cela se produit lorsqu'on fait usage d'électrodes fixes et de solutions très étendues. La durée des expériences a varié d'une heure à cinq heures, suivant la quantité de métal déposé. Après chaque expérience, l'électrode est retirée du bain, lavée, séchée et pesée : l'augmentation de poids donne la proportion de métal déposé qui, dans le Tableau suivant, a été ramenée à une durée d'une heure.

» Les conditions constantes de l'expérience étaient : distance des électrodes au repos, $0^m,02$; température de la dissolution, $+ 16^{\circ}$; force électromotrice du courant, $3^{\text{volts}},65$.

» En désignant par q le rapport des quantités de métal précipité lorsqu'on double successivement la concentration de la liqueur, j'ai obtenu les résultats suivants, exprimés en milligrammes ⁽¹⁾ :

Concentration	$\frac{1}{10000}$	$\frac{2}{10000}$	$\frac{4}{10000}$	$\frac{8}{10000}$	$\frac{16}{10000}$	$\frac{32}{10000}$	$\frac{64}{10000}$
$\text{SO}^4 \text{Cu} \dots$	2,9	5,8	11,6	19,0	31,0	51,3	85,5
$q \dots$		2,01	1,98	1,63	1,63	1,65	1,66
$(\text{AzO}^3)^2 \text{Cu} \dots$	3,0	6,1	11,9	23,9	46,6	87,3	160,7
$q \dots$		2,03	1,95	2,01	1,95	1,87	1,84
$\text{Cu Cl}^2 \dots$	2,8	5,6	11,1	22,2	41,3	70,3	122,0
$q \dots$		2,00	1,98	2,00	1,86	1,70	1,73
$\text{SO}^4 \text{Zn} \dots$	2,8	5,8	12,0	23,0	35,0	58,0	90,0
$q \dots$		2,07	2,06	1,91	1,52	1,66	1,55
$(\text{AzO}^3)^2 \text{Zn} \dots$	3,1	6,4	13,0	25,4	50,6	100,0	190,0
$q \dots$		2,06	2,03	1,95	1,99	1,97	1,90
$\text{SO}^4 \text{Cd} \dots$	5,3	10,6	21,4	40,0	65,6	97,0	191,6
$q \dots$		2,00	2,01	1,86	1,64	1,47	1,97
$\text{Cd Cl}^2 \dots$	5,4	10,9	21,7	41,3	73,4	113,6	176,0
$q \dots$		2,01	1,99	1,90	1,77	1,54	1,54
$(\text{AzO}^3 \text{Ag})^2 \dots$	10,0	20,0	40,3	80,7	161,0	321,8	626,9
$q \dots$		2,00	2,01	2,00	1,99	1,99	1,94

» Si, en outre, on divise les poids atomiques équivalents des différents métaux par la quantité de métal déposé lorsque la solution est suffisam-

⁽¹⁾ Le sulfate ferreux, le chlorure de nickel, l'azotate de plomb donnent un dépôt de métal mélangé d'hydrate. Le chlorure mercurique ne laisse pas passer le courant.

ment étendue pour donner $q = 2$, on obtient un quotient Q constant. Ainsi, pour la solution à $\frac{2}{10000}$, on a :

	Poids atomiques équivalents.	Poids de métal déposé.	Q.
$\text{SO}^4\text{Cu} \dots\dots\dots$	63,5	5,8	10,8
$(\text{AzO}^3)^2\text{Cu} \dots\dots\dots$	63,5	6,1	10,4
$\text{Cu Cl}^3 \dots\dots\dots$	63,5	5,6	11,3
$\text{SO}^4\text{Zn} \dots\dots\dots$	65	5,8	11,2
$(\text{AzO}^3)^2\text{Zn} \dots\dots\dots$	65	6,4	10,1
$\text{SO}^4\text{Cd} \dots\dots\dots$	112	10,6	10,5
$\text{Cd Cl}^3 \dots\dots\dots$	112	10,9	10,2
$(\text{AzO}^3\text{Aq})^2 \dots\dots\dots$	108×2	20,0	10,8

» 1° *Conclusions.* — Dans des solutions suffisamment étendues, la quantité de métal précipité est proportionnelle à la concentration de la liqueur.

» 2° Les proportions du métal déposé sont dans le même rapport que leurs poids atomiques équivalents.

» 3° D'après la loi de Faraday, la quantité de métal précipité étant proportionnelle à l'intensité du courant, la conductibilité des solutions renfermant des poids atomiques équivalents de métal est la même, comme l'a démontré M. Bouty par une méthode directe⁽¹⁾. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Combinaison du carbonate neutre de magnésie avec le bicarbonate de potasse.* Note de M. R. ENGEL, présentée par M. Friedel.

« Dans une précédente Communication (*Comptes rendus*, 11 mai 1885) j'ai signalé l'action du bicarbonate de magnésie sur le bicarbonate de potasse et indiqué les limites au delà desquelles la réaction n'a plus lieu, lorsqu'on fait varier la pression de l'acide carbonique qui maintient le carbonate de magnésie en solution à l'état de bicarbonate.

» J'ai étudié également les conditions dans lesquelles le carbonate neutre de magnésie se combine avec le bicarbonate de potasse. Cette étude m'a conduit aux résultats suivants :

» 1° Le titre alcalimétrique du bicarbonate de potasse étant le même, la vitesse de la réaction décroît quand la température s'élève.

(¹) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 6^e année, t. III, p. 433.

» 2° La température étant la même, la vitesse de la réaction croît avec la richesse initiale de la solution de bicarbonate de potasse.

» 3° La combinaison du carbonate de magnésie avec le bicarbonate de potasse est limitée.

» 4° La limite de combinaison, mesurée par la richesse du bicarbonate de potasse restant en présence du carbonate de magnésie en excès, sans se combiner avec lui, croît avec la température.

» 5° Les variations de cette limite avec la température sont données par la formule d'interpolation $y = m + nx + px^2$, dans laquelle y est le nombre de centimètres cubes d'acide sulfurique titré nécessaire pour neutraliser la somme des carbonates restant en solution, x la température, m , n et p des coefficients déterminés à l'aide des expériences I, IV, V et dont les valeurs sont

$$m = 2,5236, \quad n = 0,00517, \quad p = 0,003106.$$

» 6° Le Tableau suivant permet de comparer les résultats de l'expérience et ceux du calcul à l'aide de la formule ci-dessus :

Expérience.	Température.	Limite	
		trouvée.	calculée.
I.....	6,75	2,7 ⁽¹⁾	2,6999 ⁽¹⁾
II.....	14	3,25	3,21
III.....	15	3,35	3,36
IV.....	30	5,45	5,474
V.....	40	7,7	7,7

» 7° Le produit de la combinaison du carbonate neutre de magnésie avec le bicarbonate de potasse : $\text{CO}^3\text{Mg}, \text{CO}^3\text{HK} + 4\text{H}^2\text{O}$, se décompose sous l'influence de l'eau. La limite de décomposition de ce sel double ne se confond pas avec la limite de combinaison, comme il était naturel de le penser, mais est toujours inférieure à celle-ci, et cela d'une quantité à peu près égale à toutes les températures.

» Ce fait ressort de la comparaison des chiffres du Tableau suivant :

(¹) Nombre de centimètres cubes d'acide sulfurique titré nécessaire pour neutraliser le liquide.

Température.	Décomposition.		Combinaison.	
	Limite.	Temps pendant lequel l'expérience a été prolongée (').	Limite.	Temps pendant lequel l'expérience a été prolongée.
14°	2,7	48 ^h	3,25	100 ^h
14°	2,7	6		
30°	4,95	3	5,45	2
30°	4,95	7	5,45	2
40°	7,25	5	7,7	1
40°	7,275	2	7,675	1

» Ce fait a été l'objet de nombreuses vérifications; j'ai pensé, en présence des premiers résultats obtenus, que le bicarbonate de potasse dont je me servais dans les expériences de combinaison renfermait une certaine quantité de carbonate neutre de potasse, qui, n'intervenant pas pour limiter la décomposition, augmentait le titre du liquide filtré.

» Du bicarbonate que l'analyse a révélé exempt de carbonate neutre a donné les mêmes résultats.

» Enfin, j'ai encore vérifié ce fait en me servant, pour déterminer la limite de combinaison, de carbonate de magnésie et de bicarbonate de potasse provenant de la décomposition du sel double lui-même. Pour cela, j'ai mis du sel double en suspension dans l'eau; température, 14°. Après être arrivé à la limite de décomposition 2,7 et avoir constaté que cette limite n'avait subi aucun changement après trois heures, j'ai porté, pendant quelques instants, la masse à 30°, de manière à élever le titre du liquide et à lui faire atteindre un chiffre voisin de la limite 4,95 à cette température. Ramenant alors, par un courant d'eau froide, la température à 14°, j'ai observé que le nouveau titre était 3,2, c'est-à-dire le même que celui que l'on obtient comme limite de combinaison entre le carbonate de magnésie et le bicarbonate de potasse, les deux corps ayant été préparés séparément. Après trois jours, le titre était resté le même 3,2, dépassant ainsi de 0,5 la limite de décomposition du sel double. Pendant toute l'expérience aucune trace d'acide carbonique n'a pu s'échapper, l'opération ayant été effectuée en vase clos et plein de liquide. Un peu d'air seulement, correspondant au volume des prises d'essai (100^{cc} environ pour 10^{lit} de liquide), a été introduit dans l'appareil. »

(') Sans que la limite change.

CHIMIE. — *Falsifications de l'huile d'olive comestible.* Note
de M. A. AUDOYNAUD. (Extrait.)

« L'huile d'olive destinée à l'alimentation est très souvent adultérée par une addition plus ou moins forte d'huiles de graines (sésame, arachide, coton, œillette). L'agriculture et le commerce demandent depuis longtemps un procédé facile et expéditif pour déceler ces sortes de mélanges. Les méthodes physiques (densité, dilatation, élévation de température par les acides, etc.) n'ont pu résoudre la question posée. Les méthodes chimiques ont approché davantage du but, surtout celles qui modifient les principes colorants des huiles par l'application de certains réactifs; mais on n'a pu trouver, dans les diverses réactions, qu'une solution parfois incertaine. J'ai pensé qu'on pouvait trouver une solution plus complète, en produisant simultanément les réactions reconnues jusqu'ici comme les plus efficaces, en mettant en présence de l'huile à essayer le bichromate de potasse et l'acide azoto-sulfurique. En ajoutant à ce mélange quelques gouttes d'éther, on produit une vive effervescence; il se forme du sulfate d'éthyle, qui réagit à son tour sur le bichromate, de telle sorte qu'on obtient à la fois des vapeurs rutilantes abondantes, de l'oxygène libre et de l'acide sulfurique libre.

• *Mode opératoire.* — Je prends un tube à essai, de 0^m,15 de longueur et 0^m,015 de diamètre, divisé en centimètres cubes; je mesure 2^{cc} d'huile; j'ajoute 0^{gr},1 de bichromate de potasse en poudre et j'agite quelques instants le tube sans le fermer. Je verse alors de l'acide azoto-sulfurique, de façon à faire un volume total de 4^{cc}; j'agite de nouveau: la liqueur devient d'un rouge brun; après un repos de une à deux minutes, j'ajoute de l'éther ordinaire à 65°, de manière à compléter le volume de 5^{cc}. Une dernière agitation mélange le tout. La liqueur verdâtre tend alors, par le repos, à se diviser en deux couches. Mais, après quelques instants, une vive effervescence se manifeste; d'abondantes vapeurs rutilantes se dégagent, et enfin l'huile vient surnager à la surface du liquide, avec une couleur particulière.

» Avec l'huile d'olive pure, la couleur d'huile surnageante est verte; avec une huile contenant au moins 5 pour 100 d'huile de sésame, d'arachide, de coton, d'œillette, la couleur varie du vert jaunâtre au jaune, et même au jaune rougeâtre, suivant la nature et la proportion du mélange. Pour mieux apprécier ces colorations, j'ajoute de l'eau jusqu'à la dixième division du tube: l'huile s'élève en conservant sensiblement les mêmes caractères pendant plusieurs heures.

» J'ai vérifié ce procédé sur des huiles d'olive d'origines très diverses. La constance et la netteté des résultats me permettent d'affirmer qu'en une seule opération, qui dure de

quinze à vingt minutes au plus, on peut reconnaître si l'huile d'olive est pure, dans la limite de 5 pour 100 de mélange. »

ANATOMIE ANIMALE. — *Sur le développement des dents du Cachalot.* Note de M. G. POUCHET, présentée par M. A. Milne-Edwards.

« Le développement des dents du Cachalot offre certaines particularités, dont les unes n'avaient encore été signalées chez aucun Mammifère, dont les autres rendent compte de quelques détails de structure, difficiles à interpréter chez l'adulte sans la connaissance de leur évolution.

» A la mâchoire inférieure, quand l'embryon mesure 1^m,30, toutes les dents sont déjà formées dans la gouttière maxillaire. Nous comptons vingt-cinq follicules du côté droit; les deux premiers sont un peu moins développés que les autres. Dans ceux-ci la dent présente un chapeau de dentine conique haut de 2^{mm}, à paroi épaisse de 60^{mm} à 70^{mm}. Ce cône est porté à l'extrémité de la pulpe prolongée en forme de colonne cylindrique (colonne pulpaire), haute de 2^{mm},5 environ et en continuité par sa base seulement avec le tissu de la gouttière qui lui fournit ses vaisseaux et ses nerfs.

» La colonne pulpaire et le chapeau de dentine sont enveloppés jusqu'à la base par le tissu de l'organe adamantin. Toutefois l'émail, dont M. Owen avait admis hypothétiquement la présence, ne paraît point exister. Nous avons montré ailleurs que, si l'organe adamantin est la condition embryogénique nécessaire de la formation du follicule et par conséquent de l'apparition de la dent, il ne donne naissance à une couche d'émail à la surface de celle-ci, qu'autant qu'il a subi lui-même une évolution spéciale en devenant aréolaire (par pénétration de tissu mésodermique). Or il ne semble point, chez le Cachalot plus que chez les Balénides, subir cette transformation. Si la dent du Cachalot ne s'atrophie pas comme celle des Balénides, il faut sans doute en chercher la raison dans la formation précoce à la surface de celle-là d'une couche de ciment qui la protège après la disparition de l'organe adamantin.

» L'absence d'émail paraît en rapport avec une autre disposition du chapeau de dentine. Au lieu de présenter, comme chez tous les Mammifères, même les Balénides, son maximum d'épaisseur au point où il se montre d'abord, c'est-à-dire au sommet du cône creux représenté par l'excavation de l'organe adamantin, *le sommet du chapeau de dentine chez le Cachalot reste extrêmement mince, tandis que ses parois épaississent.* La dentine forme un cône tronqué et creux, dont la paroi, avant d'atteindre le

sommet, diminue subitement d'épaisseur et se réduit à une simple lamelle flexible dessinant (sous l'influence du retrait de la pulpe) une sorte de cupule remplie par les débris épithéliaux de l'organe adamantin. Cette disposition rend compte de l'existence, dans la longueur des dents du Cachalot, d'un canalicule central occupé de bonne heure par l'ostéodentine.

» Bien que les dents de la mâchoire supérieure du Cachalot soient connues depuis plus d'un siècle (1741, *Registres de la ville de Bayonne*), et même figurées (Owen, 1845), certains zoologistes paraissent encore douter de leur existence ou ne les signalent point. Nous les retrouvons sur notre embryon, sans toutefois en avoir déterminé le nombre, que Bennett (1836) dit être de huit de chaque côté. L'écartement de celles que nous avons mises à déconvert est de 0^m,004. Leur situation et leurs dispositions sont caractéristiques. Elles sont placées en dehors d'une bande papillaire qui existe de chaque côté de la région palatine du Cachalot, et dont il est impossible de méconnaître l'homologie avec la région qui porte les fanons chez les Balénides.

» Mais, tandis que chez ces derniers les dents rudimentaires supérieures, comme nous l'avons montré ailleurs, sont tournées en dehors, les dents rudimentaires de la mâchoire supérieure du Cachalot, par une disposition unique chez les Mammifères, sont tournées en dedans, transversalement, et regardent la ligne médiane. On les trouve peu profondément au-dessous de la muqueuse. Quand on ouvre le follicule par la face palatine, elles se présentent à peu près comme celles de la mâchoire inférieure, à cette différence près qu'elles sont couchées horizontalement. Comme aux dents de la mâchoire inférieure, le chapeau de dentine conique est porté à l'extrémité d'une longue colonne pulpaire. Seulement ici, la colonne pulpaire n'est pas adhérente au tissu gingival par sa base uniquement, mais par toute la moitié de sa hauteur en dessus; de façon qu'elle paraît, de ce côté, moitié plus courte qu'en dessous, c'est-à-dire du côté de la muqueuse palatine. »

ZOOLOGIE. — *Sur le mode de développement de l'Epicauta verticalis*. Note de M. H. BEAUREGARD, présentée par M. A. Milne-Edwards.

« Dans une précédente Communication (*Comptes rendus*, 13 octobre 1884), en même temps que je faisais connaître la première larve de l'*Epicauta verticalis*, j'attirais l'attention sur l'intérêt qu'il y aurait à connaître le mode de développement de cet insecte vésicant. L'an dernier, je n'avais pu

réussir à élever mes larves ; de nouveaux essais, entrepris cette année, m'ont donné des résultats qui font l'objet de la présente Note.

» Il s'agissait de savoir si les larves de l'*Epicauta verticalis* vivent en parasites dans les nids d'Acridiens, comme cela a été démontré par Riley pour les espèces américaines.

» Une vingtaine d'*Epicauta* vivants me furent envoyés cet été à Paris, par M. François, instituteur à Saint-Victor la Coste, dont j'ai pu à maintes reprises apprécier le dévouement à la Science et que je tiens à remercier publiquement de son extrême obligeance.

» J'obtins des pontes successivement le 25 juillet et le 4 août. L'éclosion des œufs de la première ponte eut lieu le 21 août seulement. J'étais, à cette date, dans les environs de Grenoble. Toutes les fouilles que j'avais faites, en prévision de l'événement pour recueillir des nids de Criquets, étaient restées infructueuses. Je me décidai alors à mettre en cage un certain nombre d'Acridiens du genre *Ædipoda* (*Æ. cærulescens* et *Æ. germanica*) qui abondaient dans la région.

» Au bout de quelques jours, en remuant le sol de la cage, je trouvai deux pontes dont je m'emparai pour les offrir à mes larves.

» Le 28 août, l'expérience commence : une larve d'*Epicauta* est placée avec un nid d'*Ædipoda* dans un tube de verre. Au bout de deux jours, aucun résultat. Le bouchon muqueux qui ferme l'orifice du nid n'est pas attaqué par la larve, contrairement à mon attente.

» Le 30, je pratique une petite entaille sur l'un des côtés du nid. La larve s'introduit dans la journée par cet orifice, et, dès le lendemain, j'en vois sortir une substance blanche, piquetée de jaune, qui a toutes les apparences d'excréments rejetés par le parasite. Jusqu'au 4 septembre, la quantité de ces excréments va en augmentant. Impatient de savoir ce qui se passe, je brise le nid au niveau de l'entaille et, après avoir enlevé une épaisse couche de détritus, je trouve la première mue de ma larve d'*Epicauta* fendue sur le dos. J'extrais cette mue, et j'aperçois alors une larve blanche (deuxième larve) courbée sur elle-même, au milieu des œufs qu'elle dévore.

» 12 septembre. — Deuxième mue. La larve a considérablement grossi.

» Le 15 octobre, je crois ma larve morte, car elle reste immobile depuis quelques jours et ne fait plus de progrès. Je la place dans l'alcool. L'examen que j'en fais plus tard me montre que j'ai agi avec trop de précipitation ; car, sous une nouvelle mue qui se détache, je trouve la *pseudo-chrysalide*, forme hivernale de tous les vésicants.

» Cette expérience prouve, en tous cas, que l'*Epicauta verticalis*, comme les espèces américaines, est, à l'état larvaire, parasite des nids de certains Orthoptères.

» Comme contre-épreuve, j'ai tenté d'élever les mêmes larves avec du

miel. Aux unes, j'ai offert le miel d'un *Anthidium*; aux autres, celui du *Colletes signata*. Ces essais sont restés infructueux. Il est certain que les larves d'*Epicauta* ne sont pas parasites des cellules des Hyménoptères souterrains.

» Il reste à savoir à quelles espèces de Criquets elles s'attaquent à l'état naturel. La rareté relative des *Epicauta*, en France, rend cette détermination très difficile; mais j'ai fait quelques essais qui jettent un certain jour sur la question.

» J'ai pu obtenir les diverses transformations jusqu'à la forme pseudo-chrysalidaire, en me servant des œufs d'espèces d'Orthoptères très diverses.

» 1° Ayant obtenu en captivité la ponte de l'Empuse commune, je divisai cette ponte en deux, et j'offris chaque moitié à une larve. J'obtins ainsi les diverses transformations. Mais j'étais obligé, chaque jour, de faire une coupe fraîche dans le nid pour mettre à la portée de mes élèves les œufs que protègent des cloisons trop dures pour être attaquées par leurs mandibules.

» 2° J'ai réussi également à faire quelques éducations avec les œufs du Dectique (*Decticus verrucivorus*). Mais, comme la coque de ces œufs est très résistante, il me fallait chaque jour servir à mes larves trois ou quatre de ceux-ci ouverts d'un coup de ciseau.

» 3° Enfin ne pouvant obtenir de nouvelles pontes d'Acridiens et désireux d'élever encore quelques-unes des nombreuses larves que j'avais en réserve, je pris le parti de leur offrir des œufs extraits directement du corps des *Ædipoda*. Cette méthode me réussit très bien et, en choisissant avec soin les œufs à peu près mûrs, j'arrivai à obtenir quelques transformations de quelques-unes de mes larves.

» Ces expériences prouvent qu'en fait d'Orthoptères l'espèce importe peu à la larve, pourvu que les œufs soient réunis en quantité suffisante et qu'ils soient facilement attaqués par ses mandibules. Ce sont les Acridiens qui répondent le mieux à ces conditions. A l'état naturel, les *Epicauta* doivent rechercher les nids des espèces les plus volumineuses; ceux des *Ædipoda* ne doivent être considérés que comme pis-aller. Les pseudo-chrysalides que j'ai obtenues de la sorte sont en effet d'assez petite taille. Mais il y a lieu de supposer que les larves d'*Epicauta* sont parasites de diverses espèces d'Acridiens, comme la Cantharide, ainsi que je l'ai démontré, est parasite des cellules de divers Hyménoptères. Et jamais la larve de l'*Epicauta* ne se nourrira de miel, pas plus, l'expérience me l'a démontré, que la larve de la Cantharide ne se nourrira d'œufs d'Orthoptères. »

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le prétendu rôle des tissus vivants du bois, dans l'ascension de la sève.* Note de M. J. VESQUE, présentée par M. Duchartre.

« Quelques physiologistes ne croient pas qu'il soit possible d'expliquer l'ascension de l'eau, dans les arbres de plus de 10^m de hauteur, par le concours de forces purement physiques.

» M. Godlewski, entre autres, cherche à réfuter ces théories physiques par une réduction à l'absurde, en les assimilant au mouvement perpétuel ; mais le schéma qu'il imagine à cet effet pêche par un point essentiel. Dans la plante, l'eau est enlevée à la partie supérieure du système capillaire, sans que le ménisque concave auquel toute la colonne liquide est suspendue soit détruit. Il n'en est pas de même dans son schéma. De ce que l'huile ne s'écoule pas de la mèche d'une lampe éteinte, on ne peut pas conclure qu'elle ne monte pas dans celle d'une lampe allumée.

» M. Godlewski attribue aux tissus vivants du bois, rayons médullaires et parenchyme ligneux, des fonctions comparables à celles du cœur des animaux.

» Sans vouloir insister ici sur les difficultés sans nombre qu'on rencontrerait, si l'on voulait préciser dans tous ses détails le mécanisme que cet auteur se borne à esquisser, il est d'autant plus nécessaire de voir si, oui ou non, les tissus vivants sont indispensables au mouvement de la sève, qu'un savant hollandais, M. Janse (¹), a déjà fait des expériences dans ce sens. M. Janse tue les tissus vivants du bois par une immersion prolongée de la base d'un rameau long et flexible dans l'eau à 70°. Il voit que ce rameau se dessèche, au bout d'un temps plus ou moins long, et croit pouvoir considérer les résultats de ses expériences comme une preuve expérimentale en faveur de la théorie de M. Godlewski.

» J'ai répété ces expériences sur plusieurs espèces ligneuses (Pin, Troène, Laurier-cerise, Poirier, Rosier, Framboisier), et je suis parvenu à démontrer que la mort des tissus vivants de la base d'un rameau entraîne deux séries parfaitement distinctes de phénomènes morbides, dont la première est très probablement en rapport avec la migration des principes immé-

(¹) En experimenteel bewys voor de Theorie von Godlewski. *Bot. Zeit.*, 1885, col. 302.

diats, tandis que la seconde n'est que la suite d'une obturation cicatricielle des vaisseaux et des trachéides.

» Voici, à titre d'exemple, ce que j'ai observé sur un rameau de Troène tenant à l'arbuste et dont la base avait été maintenue pendant quinze minutes, et sur une longueur de 0^m, 20 dans de l'eau à 80°.

» Le cinquième jour après l'opération, les sommets des deux jeunes feuilles en voie de développement, mais déjà séparées l'une de l'autre, se sont desséchées sans se faner, tout le reste du rameau ayant conservé son aspect normal. Le treizième jour, toutes les feuilles ont commencé à se faner légèrement; le vingtième jour tout le rameau était visiblement fané et la sommité avait perdu sa turgescence.

» Les coupes faites au-dessus de la partie morte ont montré que la plupart des vaisseaux étaient bouchés par une gomme brune. La première période est donc caractérisée par le desséchement d'une partie des jeunes feuilles en voie d'accroissement, sans fanaison préalable, symptôme qui n'est pas celui du manque d'eau, puisque les feuilles d'un Troène privé d'eau commencent par se faner, pour se dessécher ensuite. Pendant la seconde période, les tissus voisins de la région tuée par l'eau chaude deviennent le siège d'une formation cicatricielle de gomme qui, s'écoulant dans les vaisseaux, s'oppose au passage de l'eau. Dès ce moment, les feuilles se fanent et finissent par se dessécher.

» Pendant la première période, les feuilles se dessèchent parce qu'elles meurent; pendant la seconde, elles meurent parce qu'elles se dessèchent.

» En résumé, mes expériences sont loin de plaider en faveur de la théorie de M. Godlewski; elles prouvent simplement que les feuilles en voie de développement souffrent lorsqu'on tue une partie des organes de réserve de la tige; que, dans ce cas, comme dans beaucoup d'autres, ainsi que l'a montré M. Frank, la plante isole les parties restées saines par la production d'une gomme cicatricielle qui bouche les vaisseaux, et enfin que l'eau se meut dans les cavités cellulaires, et non dans l'épaisseur des parois.

» Il est facile de démontrer que le mouvement de l'eau peut s'opérer d'une manière purement physique, dans un rameau de Laurier-cerise de 0^m, 65 de longueur, en plongeant le rameau détaché tout entier dans l'eau bouillante pendant quinze minutes. Un rameau traité de cette manière, et placé ensuite par sa base dans un vase contenant de l'eau, est encore frais au bout de vingt-six heures, malgré la température élevée et la sécheresse de l'air ambiant; en taillant la base en forme de biseau, on peut s'assu-

rer au microscope que l'eau se précipite dans les vaisseaux. Ce n'est qu'au bout de huit jours, que les plus jeunes feuilles se dessèchent et se racornissent.

» Il est malheureusement impossible de tuer tous les tissus vivants d'un arbre de plus de 10^m de hauteur sans avoir recours au poison, qui aurait le tort très grave de tuer en même temps les feuilles. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur une trombe observée à Shanghai, le 21 août 1885.*

Extrait d'une Lettre de M. MARTIAL, capitaine de frégate, commandant le *Champlain*, présentée par M. Mascart.

« . . . L'on vint m'annoncer qu'une trombe passait sur un petit trois-mâts allemand, mouillé à 450^m ou 500^m en aval de nous dans la rivière (de Shanghai). Je pensais recevoir sa visite et montai sur le pont; le temps était à l'orage et un gros nuage noir à bords assez nets s'avavançait de l'est vers l'ouest. Devant ce nuage et peut-être jusqu'à une hauteur de 50^m ou 60^m, on voyait la trombe qui paraissait comme une colonne de fumée, d'une centaine de mètres de diamètre; sa direction était est-sud-est vers l'ouest-nord-ouest. Elle passa à 300^m ou 400^m du *Champlain*, coupant la rivière en écharpe, et alla tomber sur un grand ferry-boat accosté au quai. Les tentes des deux navires atteints furent soulevées en l'air et on les voyait flotter à 150^m ou 200^m de hauteur. Puis la trombe continua sa course et ne tarda pas à disparaître. Nulle communication entre le nuage supérieur et le tourbillon inférieur, comme je l'ai vu ordinairement se produire. Pas de trace d'eau; on dit cependant que, avant qu'il nous eût atteint, le météore présentait deux trombes, dont l'une d'eau; je ne l'ai pas vue.

» Les Chinois, qui se précipitaient de tous côtés vers les bords de la rivière, expliquaient le phénomène en disant qu'il y avait deux dragons en train d'épuiser le fleuve. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la même trombe.* Lettre de M. MARC DECHEVRENS, présentée par M. Mascart.

« J'avais vu le commandant à son bord vers 3^h de l'après-midi, et je sortais de la ville pour revenir à Zi-Ka-Wei, quand des attroupements chinois sur la route appelèrent mon attention du côté de la ville. Une magnifique trombe blanchâtre pendait des nuages noirs qui couvraient l'horizon est. Elle était loin de toucher le sol, d'où cependant devait s'élever une colonne de poussière large et grisâtre, que je voyais en partie par-dessus les toits; elle s'approchait assez près de l'extrémité inférieure de la trombe, qui semblait comme déchirée, déchiquetée: car cette extrémité se terminait par trois filaments d'inégales longueurs. Le commandant Martial, de son bord, n'aurait pas vu la trombe, mais seulement la colonne inférieure, à laquelle il donne près de 100^m de diamètre. Je pus suivre les transformations

de la trombe jusqu'à son complet évanouissement ; elle s'amincit, se courba à *angle droit*, se tordit plusieurs fois en remontant et descendant à plusieurs reprises ; finalement le filet délié qui rejoignait la tête évasée du météore près de disparaître se disposa en serpent, et c'est ainsi qu'elle se dissipa après quelques minutes.

» J'étais trop loin pour rien voir des curieux effets de cette trombe sur les bâtiments en rivière et les maisons de la Concession française qu'elle rencontra sur sa route : c'est le contre-pied exact de ce que devrait produire une trombe à mouvement intérieur plongeant. Ici, d'après les descriptions que m'en ont faites plusieurs témoins oculaires, et qu'en ont données les journaux de Shanghai, était en jeu une puissante force d'arrachement, qui a pu enlever, jusqu'à 100^m et 200^m de hauteur, des nattes, des voiles, des plaques de zinc et de tôle.

» Avant que la trombe se fût engagée sur la rivière pour la traverser, elle détruisit quatre maisons dont elle emporta en l'air tous les débris, m'a dit un sergent de la police qui en fut témoin oculaire.

» Environ cinq minutes après la disparition de cette première trombe, m'étant retourné pour contempler les énormes masses de nuages noirs qui passaient sur la ville, je fus agréablement surpris de voir, non loin de ma petite voiture japonaise, une seconde trombe déjà toute formée, descendant de la bordure de ces nuages.

» Comme j'en étais tout près, je fus témoin des mouvements divers qui l'agitaient. Elle n'était point compacte comme la première, que je ne vis que de loin, mais transparente et toute formée de filets vaporeux minces, s'enchevêtrant les uns dans les autres, comme le font les bouillons de fumée sortant d'une cheminée d'usine.

» L'ensemble de ces filets constituait une sorte d'enveloppe, de gaine cylindrique ayant un mouvement de gyration parfaitement marqué, en sens inverse des aiguilles d'une montre, et le tout montait en même temps, mais assez lentement, à cause des bouillons que les filets paraissaient former en se roulant sur eux-mêmes, tout en tournant autour de l'axe commun de la trombe. Le pied, encore ici, n'atteignit pas le sol ; mais, dans son prolongement, une sorte de colonne vague, très vaporeuse, comme de la fumée peu épaisse, paraissait manifestement attirée vers la trombe ; des haies m'empêchaient de voir ce qui se passait sur le sol même. Cette jolie trombe n'eut qu'une durée éphémère ; elle se dissipa sur place, au bout de trois ou quatre minutes. Comme elle s'était formée en pleine campagne, je ne vis en l'air aucun objet qui rappelât les effets de la première sur Shanghai. »

M. le général Favé, en présentant à l'Académie un nouveau modèle de fusil dû à M. Buisson, s'exprime comme il suit :

« J'ai l'honneur de présenter à l'Académie une arme de guerre que M. Buisson, chef de bataillon d'infanterie de marine en retraite, a disposée de telle sorte que le soldat puisse la tirer en marchant sur l'ennemi au pas de course et sans s'arrêter.

» M. Buisson s'étant mis en dehors de toutes les voies suivies jusqu'ici pour améliorer les armes de guerre ou leur emploi, je crois nécessaire

d'exposer quelques considérations militaires, qui sont le point de départ de son invention.

» Pendant les guerres de la République et du premier Empire, toutes les infanteries de l'Europe se plaçaient sur trois rangs et formaient une ligne de bataille d'une grande longueur. En face d'une telle ligne, l'infanterie française forma de petites colonnes, qui marchaient sur l'ennemi sans tirer et qui forçaient sa position à la baïonnette. Ce procédé lui a valu pendant longtemps une supériorité incontestée. Mais actuellement ce mode d'attaque, si favorable à la valeur personnelle de nos soldats, ne peut plus être pratiqué avec succès, à cause des pertes énormes qu'éprouveraient les colonnes d'attaque sous le feu des armes à longue portée, à grande justesse et à tir rapide.

» M. Buisson a pensé que l'attaque directe, en marchant sur la position de l'ennemi, redeviendrait possible et efficace si nos soldats possédaient une arme qui leur permit de tirer non pas seulement en marchant, mais en courant sur l'ennemi, et il a cherché les moyens de donner cette propriété toute nouvelle à tous nos soldats d'infanterie.

» La Note ci-jointe, rédigée par lui, contient la description très succincte de cette invention.

« A l'aide d'une disposition particulière, la crosse tourne : le bec de la crosse passe de dessous en dessus, entraînant l'extrémité de la bretelle ; le battant de grenadière tourne également, entraînant l'autre extrémité de la bretelle. La bretelle est ainsi sur le dessus de l'arme ; on la lance sur l'épaule, on engage la paume de la main dans un trou pratiqué dans la crosse, et l'on vient appliquer cette main et la crosse au corps. L'arme est ainsi soutenue par l'épaule, maintenue par la main droite et appuyée au corps. Pour diriger l'arme sur le but, il suffit de faire glisser la main droite, en avant ou en arrière, contre le corps ; l'arme prend ainsi diverses inclinaisons : c'est un corps suspendu ; ce mouvement est donc facile à produire.

» Il ne reste plus qu'à presser la détente. Or la crosse contient un mécanisme de transmission de mouvement : au départ du coup, l'index de la main droite est placé sur la détente de cette transmission de mouvement. Donc, au moment précis où l'homme juge que son arme est en direction, le coup peut partir.

» Le recul se produit : recul libre, si la main n'exerce aucun effort pour l'arrêter ; recul limité et plus ou moins limité, selon que la main exerce une action plus ou moins forte pour maintenir l'arme. Le recul, dans ce cas, est supporté par la paume de la main, partie élastique, charnue, bien disposée pour le recevoir. Donc aucune lésion n'est à craindre. (On peut tirer cent coups de fusil sans s'arrêter.)

» Le coup parti, il faut recharger l'arme. Ces diverses opérations sont effectuées par la main gauche, la main droite ne quittant pas sa position. Elles sont assurées, à chaque effort de la main gauche, par une action de la main droite destinée à immobiliser l'arme. Le chargement fait, le tir continue.

» Un homme non exercé peut, au bout de trois jours, tirer sans difficulté de cinq à dix coups de fusil à la minute. Au repos, on peut, dans cette condition, tirer de quinze à seize coups. Le système à répétition est donc complètement inutile. »

M. A. BIÉCHIE adresse une Note relative à un nouveau modèle d'accumulateur électrique.

La séance est levée à 5 heures.

J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LA SÉANCE DU 21 SEPTEMBRE 1885.

Collection de chroniques belges inédites, publiée par ordre du gouvernement. Relations politiques des Pays-Bas et de l'Angleterre sous le règne de Philippe II, publiées par M. le Baron KERVYN DE LITTENHOVE; t. III, *Régence de la duchesse de Parme*; — *Cartulaire des Comtes de Hainaut, de l'avènement de Guillaume II à la mort de Jacqueline de Bavière*, publié par L. DEVILLERS; t. II; — *Correspondance du Cardinal de Granvelle 1565-1583*, publiée par M. CH. PIOT. Bruxelles, F. Hayez, 1883-1884; 3 vol. in-4°.

Mémoires couronnés et Mémoires des Savants étrangers publiés par l'Académie royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique, t. XLV-XLVI. Bruxelles, F. Hayez, 1883-1884; 2 vol. in-4°.

Mémoires de l'Académie royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique, t. XLV. Bruxelles, F. Hayez, 1884; in-4°.

Mémoires couronnés et autres Mémoires publiés par l'Académie royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique; collection in-8°, t. XXXIV, XXXV, XXXVI. Bruxelles, F. Hayez, 1883-1884; 3 vol. in-8°.

Annales du musée royal d'Histoire naturelle de Belgique, t. IX. *Description des ossements fossiles des environs d'Anvers*; par M. P. J. VAN BENEDEN. 4^e Partie. — *Cétacés*, Genre: *Plesiocetus*, texte et planches; — t. XI, *Faune du calcaire carbonifère de la Belgique*; 5^e partie: *Lamellibranches*, par L. G. DE KONINCK. Texte et planches. Bruxelles, F. Hayez, 1885; 3 vol. in-f° et Atlas gr. in-f° oblong.

Bulletin du musée royal d'Histoire naturelle de Belgique, t. III, n^{os} 3 et 4. Bruxelles, imp. F. Hayez, 1885.

Musée royal d'Histoire naturelle de Belgique. Service de la carte géologique

du royaume : *Explication de la feuille de S^t-Trond*; — *Explication de la feuille de Virton*; — *Explication de la feuille de Ruette*; — *Explication de la feuille de Lamorteau*; — *Explication de la feuille de Landen*; — *Explication de la feuille de Heers*; — *Explication de la feuille de Modave*. Bruxelles, F. Hayez, 1884; 7 br. in-8°.

Carte géologique de la Belgique dressée par ordre du gouvernement. Livraison de 1884 : *Modave, Virton, Ruette, Lamorteau, Landen, S^t-Trond, Heers*; 1 livr. gr. aigle.

Biographie nationale, publiée par l'*Académie royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique*, t. VIII, 1^{er} et 2^e fasc. Bruxelles, Bruylant-Christophe, 1883-1884; 2 livr. in-8°.

Annales de la Société géologique de Belgique, t. X, 1882-1883, et *Tables générales des tomes I à X*. Liège, Decq et Nierstrasz; Paris, F. Savy, 1882-1883; in-8°.

Annales de la Société malacologique de Belgique; t. XV (2 série, t. V), année 1880; t. XIX (3^e série, t. IV). Bruxelles, P. Weissenbruch, sans date; 2 vol. in-8°.

Eléments d'Anthropologie. Notion de l'homme; par A. CELS; t. I. Bruxelles, Rozez, 1884; in-8°.

Dictionnaire des aliments et des boissons en usage dans les divers climats et chez les différents peuples; par A.-F. AULAGNIER. 3^e édition, revue et publiée par F.-M.-A. AULAGNIER fils. Paris, G. Masson, 1885; in-8°. (Présenté par M. le Baron Larrey.)

Le choléra dans l'Inde, ses degrés, ses variétés, au point de vue de l'épidémiologie générale; par M. J.-D. THOLOZAN. Paris, Bourloton, 1885; br. in-8°. (Extrait du *Bulletin de l'Académie de Médecine*.) (Présenté par M. le Baron Larrey.)

Mémoire sur le périple d'Hannon; par A. MER. Paris, E. Perrin, 1885; in-8°.

Rapport sur les travaux du Conseil central de salubrité et des Conseils d'arrondissement du département du Nord pendant l'année 1884, présenté à M. le Préfet du Nord; par M. le D^r J. ARNOULD, n° XLIII. Lille, impr. Danel, 1885; in-8°. (Deux exemplaires.)

La rotation et le mouvement curviligne, etc; par R. DE BOAVENTURA MARTINS PEREIRA. Lisbonne, imp. Elzevirienne, 1885; in-4.

OCTAVE PIRMEZ. *Jours de solitude*. Paris, Plon, 1883; 1 vol. in-12.

China and the roman Orient: Researches into their ancient and mediaeval relations as represented in old chinise records; by F. HIRTH. Leipsic et Munich, G. Hirth; Schangai et Hongkong, Kelly et Walsh, 1885; in-8°.

OUVRAGES REÇUS DANS LA SÉANCE DU 28 SEPTEMBRE 1885.

Flore forestière de la Cochinchine; par L. PIERRE. Ouvrage publié sous les auspices du Ministère de la Marine et des Colonies. VII^e fascicule, 1^{er} juillet 1885. Paris, O. Doin, 1885; in-f°. (Présenté par M. Trécul.)

Nouveau dictionnaire de Médecine et de Chirurgie pratique, t. XXXVIII, VAC-VEI, publié sous la direction de M. le D^r JACCOUD. Paris, J.-B. Baillière, 1885; in-8°.

Tableaux statistiques relatifs à la fièvre typhoïde dans le 6^e corps d'armée; par P. DAUVÉ. Paris, V. Rozier, 1885; in-8°. (Présenté par M. le baron Larrey.)

Le choléra n'est ni transmissible ni contagieux; par un Rationaliste. 2^e édition. Paris, Garnier frères, 1885; in-12. (Adressé par l'auteur aux concours Montyon et Bréant.)

Du rôle de l'eau dans l'univers. Tremblements de terre; par P. LAZERGES. Opuscule autogr., 1885; in-8°.

Conférence faite au Muséum national, en présence de Leurs Majestés impériales le 4 novembre 1884; par le D^r L. NETTO. Rio de Janeiro, Machado, 1885; br. in-8°.

Catalogo da exposição medica Brasileira realizada pela Bibliotheca da facultade de medicina do Rio de Janeiro a 2 de dezembro de 1884. Rio de Janeiro, typog. nacional, 1884; in-4°.

Acta Societatis Scientiarum Fennicæ, t. XIV. Helsingforsiae, 1885; in-4°.

Sul colera. Frammenti di Anatomia patologica; pel Prof. C. TROPEA. Napoli, tipog. Avallone, 1885; br. in-8°. (Renvoi au concours Bréant.)

Sulle quadriche polari reciproche di se stesse rispetto ad un'altra. Nota del D^r P. DEL PEZZO. Napoli, M. de Rubertis, 1885; br. in-4°.

ERRATA.

(Séance du 12 octobre 1885.)

Page 715, dernière ligne, au lieu de D'après M. Chicandard, l'équation de Gay-Lussac est incomplète, lisez D'après M. Chicandard, l'équation de M. Aimé Girard est incomplète.